



**Universidade de Aveiro**  
2011

Departamento de Engenharia Mecânica

**Nelson Mineiro Souto    Caracterização do Comportamento Mecânico de  
Aços de Alto Desempenho**





**Nelson Mineiro Souto      Caracterização do Comportamento Mecânico de  
Aços de Alto Desempenho**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica do Doutor António Gil D'Orey de Andrade Campos, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.



## **o júri**

presidente

**Prof. Doutor Rui Pedro Ramos Cardoso**

Professor auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor Pedro Manuel Cardoso Teixeira**

Professor auxiliar convidado da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

**Prof. Doutor António Gil D'Orey Andrade Campos**

Professor auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor José Joaquim de Almeida Grácio**

Professor Catedrático do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro



## **agradecimentos**

Ao Professor Doutor António Gil D'Orey Andrade Campos, com quem tive o prazer e o privilégio de trabalhar, pela orientação, disponibilidade, paciência e amizade ao longo desta etapa.

Ao Professor Doutor José Joaquim de Almeida Grácio pelo apoio, disponibilidade, incentivo e amizade.

À Eng. Raquel Soares pelo seu contributo na fase de execução das optimizações de identificação de parâmetros dos modelos constitutivos.

A todos os meus amigos e colegas de trabalho, em especial ao Quintino, Rui, Tiago Grilo e Tiago Leal, que me acompanharam neste percurso académico. À Micaela, pela paciência, compreensão, carinho e amizade constante e principalmente, nos momentos mais difíceis.

E por fim, à minha família, por todo o apoio incondicional que sempre senti desde o início desta caminhada





## palavras-chave

aços de alto desempenho, problema inverso, otimização numérica, modelos constitutivos, identificação de parâmetros.

## resumo

Actualmente, devido ao surgimento de novos materiais, nomeadamente os aços de alto desempenho, tem-se verificado a necessidade de promover a caracterização adequada do seu comportamento mecânico através de modelos constitutivos. Neste trabalho determinam-se os parâmetros constituintes de alguns modelos constitutivos para os aços DP 780-HY, DP 780, DP 600, DP 980, *TWIP* 940, AISI 304\*, AISI 304 e AISI 316L através de uma metodologia inversa. O problema inverso de identificação de parâmetros pretende determinar os parâmetros pertencentes a modelos numéricos que melhor caracterizem o comportamento real dos materiais. Para isso confrontam-se ensaios experimentais, que evidenciam o comportamento do material, com resultados obtidos numericamente de forma a aproximá-los. Este processo consiste em minimizar uma função que define a diferença entre os resultados experimentais e numéricos utilizando um método de optimização. A estratégia de identificação utilizada recorreu a um algoritmo baseado no gradiente e a um programa de simulação pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

A análise da qualidade dos parâmetros identificados para os diferentes modelos de comportamento foi efectuada comparando as curvas tensão-deformação experimentais com as curvas obtidas pela simulação numérica pelo MEF. Também se efectuou uma comparação de desempenho para modelos de comportamento similares em cada material seleccionado.

Adicionalmente, procedeu-se a uma análise de sensibilidade do processo de identificação (i) aos parâmetros iniciais seleccionados, (ii) ao peso atribuído aos diferentes ensaios, (iii) ao método de optimização utilizado e (iv) ao critério de cedência anisotrópico utilizado no modelo de comportamento.



**keywords**

advanced high strength steels, inverse problem, numerical optimization, constitutive models, parameter identification

**abstract**

Currently, due to the emergence of new materials, namely advanced high strength steels (AHSS), it has emerged the need to promote the proper characterization of the mechanical behavior through constitutive models. This work determinates the constituent parameters of some constitutive models for steels, such as DP 780-HY, DP 780, DP 600, DP 980, TWIP940, AISI 304\*, AISI 304 and AISI 316L through a inverse methodology. The inverse problem of parameters identification shall be to determine the parameters belonging to numerical models that best characterizes the actual behavior of materials. For that experimental tests confront themselves, that shows the behavior of the material, with results obtained numerically in order to approach them. This process is to minimize a function that defines the difference between experimental and numerical results using a method of optimization. The identification strategy used resorted to a gradient based algorithm and a program of simulation by finite element method (FEM).

The quality analysis of parameters identified for the different models of behavior was carried out by comparing the experimental stress-strain curves with the curves obtained by numerical simulation by the FEM. There are also carried out a performance comparison to similar behavior models in each selected material.

Additionally, has been done the sensitivity analysis of the identification process (i) the initial parameters selected, (ii) the weight assigned to various tests, (iii) the optimization method used and (iv) the anisotropic yield criteria used in the model of behavior.



## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Representação esquemática da gama de tensão de ruptura e de alongamento dos aços do grupo AHSS em relação aos aços do grupo HSS [IISI 2006].	8
Figura 2.2 – (a ) Representação esquemática da microestrutura típica de um aço dual-phase e (b) imagem da microestrutura de um aço dual-phase [IISI 2006] e [Kulazi 2007].	9
Figura 2.3 - Representação do diagrama de fases Fe-C.	9
Figura 2.4 – Representação do diagrama de fases Fe-Cr para aços inoxidáveis adaptado de [Davis 1994].	12
Figura 2.5 - Estrutura metalúrgica típica de um aço inoxidável: a) austenítico, b) ferrítico, c) martensítico.	13
Figura 2.6 – Representação esquemática da microestrutura de um aço TRIP.	14
Figura 2.7 - Relação entre ductilidade e resistência de vários tipos de materiais [Bleck 2002].	15
Figura 3.1 - Representação dos diferentes tipos de comportamento que se podem obter num ensaio de tracção: a) modelo elastoplástico com encruamento, b) modelo elasto-perfeitamente plástico e c) modelo rígido-perfeitamente plástico.	18
Figura 3.2 – Exemplo de uma superfície de plasticidade.	19
Figura 3.3 – Formas de escoamento a) associado; b) não associado.	20
Figura 3.4 – Representação do sistema de eixos ortotrópico numa chapa laminada [Natal e Dinis 2004].	23
Figura 3.5 – Esquematização do efeito Bauschinger no comportamento mecânico de um material devido à inversão da trajectória de deformação (tracção-compressão) [Alves 2003].	30
Figura 3.6 – Evolução isotrópica pura da tensão limite de elasticidade no plano $\sigma_1$ - $\sigma_2$ [Chaparro 2006].	31
Figura 3.7 – Evolução cinemática pura da tensão limite de elasticidade no plano $\sigma_1$ - $\sigma_2$ [Chaparro 2006].	32
Figura 4.1 – Definição do erro entre as curvas tensão-deformação numérica e experimental [de-Carvalho et al. 2010].	35
Figura 4.2 – Estrutura básica de um algoritmo evolucionário.	38
Figura 4.3 - Exemplo de minimização do método do maior declive [Kleinermann 2000].	39
Figura 4.4 – Estrutura básica do algoritmo de gradiente utilizado.	40
Figura 5.1 – Geometria do provete de tracção utilizado.	44
Figura 5.2 – Curvas de tensão-deformação obtidas para os ensaios de tracção realizados na DL com as duas velocidades de deformação.	45
Figura 5.3 – Curvas de tensão-deformação dos ensaios de tracção realizados a $45^\circ$ com $\dot{\epsilon} = 0.002 \text{ s}^{-1}$ .	46
Figura 5.4 – Curvas de tensão-deformação em tracção do aço AISI 304* com $\dot{\epsilon} = 0.002 \text{ s}^{-1}$ .	46
Figura 5.5 – Dispositivo específico para efectuar ensaios de corte e geometria do provete [Yoon et al. 2005].	47
Figura 5.6 – Representação das dimensões relevantes para a determinação da deformação e tensão de corte [Grácio et al. 2003].	48
Figura 5.7 – Exemplo de um projector de perfil.	49

Figura 5.8 – Curvas de tensão-deformação de corte do aço AISI 304* com $\dot{\epsilon} = 0.0028 \text{ s}^{-1}$ .....	49
Figura 5.9 – Curvas tensão-deformação em tracção do aço TWIP 940 com $\dot{\epsilon} = 0.001 \text{ s}^{-1}$ .....	50
Figura 5.10 – Curvas tensão-deformação na DL do aço DP600.....	51
Figura 5.11 – Curvas de tensão-deformação em tracção dos aços DP 780 e DP 980.....	51
Figura 5.12 – Curvas de tensão-deformação em tracção do aço DP 780-HY. ....	52
Figura 5.13 – Curvas tensão-deformação do aço inoxidável AISI 304.....	53
Figura 5.14 – Curvas tensão-deformação do aço inoxidável AISI 316L. ....	53
Figura 6.1 – Sequência do processo de identificação de parâmetros [Carvalho 2007].....	56
Figura 6.2 – Fluxograma do processo de identificação de parâmetros utilizado [Carvalho 2007].....	57
Figura 6.3 – Resultado final da simulação numérica de um ensaio (a) de tracção e (b) de corte. ....	58
Figura 6.4 – Representação da geometria utilizada na simulação numérica de um ensaio de tracção.....	59
Figura 6.5 – Evolução (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros no processo de identificação do modelo de comportamento composto pela lei de Swift e pelo critério de von Mises para o aço DP 780-HY.....	61
Figura 6.6 – Evolução (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros no processo de identificação do modelo de comportamento composto pela lei de Simo e pelo critério de von Mises para o aço DP 780-HY. ....	61
Figura 6.7 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço DP 780-HY. ....	62
Figura 6.8 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço DP 780-HY. ....	64
Figura 6.9 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas para a lei de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço DP 980.....	65
Figura 6.10 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço DP 980. ....	66
Figura 6.11 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação para os modelos de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço TWIP 940.....	68
Figura 6.12 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço TWIP 940. ....	69
Figura 6.13 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação para as leis de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço DP 780.....	71
Figura 6.14 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço DP 780. ....	71
Figura 6.15 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação para os modelos de (a) Swift e (b) Simo com o critério de von Mises para o aço AISI 304*.....	73
Figura 6.16 – Representação das curvas experimentais e numéricas de tracção e de corte obtidas pelo processo de identificação para os modelos (a) de Swift e (b) Simo com o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304*.....	74
Figura 6.17 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço AISI 304*.....	74
Figura 6.18 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico (a) de Swift e (b) Simo utilizando o critério de von Mises para o aço DP600. ....	76
Figura 6.19 - Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento misto de (a) Swift + Chaboche e (b) Simo+ Chaboche com o critério de von Mises para o aço DP600.....	77

Figura 6.20 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço DP 600.....	77
Figura 6.21 – Comparação do desempenho das leis de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche com os parâmetros identificados utilizando o critério de von Mises para o aço DP 600.....	78
Figura 6.22 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação com encruamento isotrópico de (a) Swift e (b) Simo utilizando o critério de von Mises para o aço AISI 304. ....	79
Figura 6.23 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento misto de (a) Swift+Chaboche e (b) Simo+Chaboche e com o critério de von Mises para o aço AISI 304. ....	80
Figura 6.24 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico de (a) Swift e (b) Simo utilizando o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304. ....	82
Figura 6.25 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo obtidas com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304.....	82
Figura 6.26 – Comparação do desempenho das leis de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche obtidas com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304. ....	83
Figura 6.27 - Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304. ....	83
Figura 6.28 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico (a) de Swift e (b) Simo utilizando o critério de von Mises para o aço AISI 316L. ....	84
Figura 6.29 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento misto de (a) Swift+Chaboche e (b) Simo+Chaboche com o critério de von Mises para o aço AISI 316L.....	85
Figura 6.30 – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico de (a) Swift e (b) Simo utilizando o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 316L. ....	86
Figura 6.31 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 316L.....	87
Figura 6.32 – Comparação do desempenho das leis de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 316L. ....	88
Figura 6.33 – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 316L.....	88
Figura 7.1 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação do modelo com a lei de Swift e o critério de Hill 48 para o aço AISI 304 com (a) conj.1, (b) conj.2, (c) conj.3 e (d) conj.4 de parâmetros. ....	91
Figura 7.2 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de Swift e o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 utilizando o conjunto de pesos 1.....	93
Figura 7.3 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de Swift e o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 com (a) conj.2, (b) conj.3, (c) conj.4 e (d) conj.5 de pesos. ....	94

Figura 7.4 – Representação da evolução do valor (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros otimizados ao longo das gerações realizadas com o algoritmo evolucionário para o aço AISI 304 considerando as leis de encruamento de Swift e Chaboche com o critério isotrópico de von Mises.....	96
Figura 7.5 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação do modelo com as leis de encruamento de Swift e de Chaboche e com o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 utilizando: a) algoritmo L-M e b) algoritmo evolucionário. ....	97
Figura 7.6 – Comparação dos resultados obtidos com os parâmetros identificados para os modelos de encruamento misto (Swift e Chaboche) com o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 utilizando os algoritmos L-M e evolucionário. ....	97
Figura 7.7 – Representação da evolução do valor (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros otimizados ao longo das gerações realizadas com o algoritmo evolucionário para o aço AISI 304 considerando a lei de encruamento de Simo e o critério anisotrópico de Hill 48.....	99
Figura 7.8 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de encruamento de Simo e com o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304 utilizando: (a) algoritmo L-M e (b) algoritmo evolucionário. ....	99
Figura 7.9 – Comparação dos resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros do aço AISI 304 com a lei de encruamento de Simo e o critério anisotrópico de Hill 48 utilizando os algoritmos L-M e evolucionário.....	100
Figura 7.10 – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de encruamento de Swift e com: (a) critério de Yld91 e (b) critério de Hill 48 para o aço AISI 304.....	102
Figura 7.11 – Comparação dos resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros do aço AISI 304 com a lei de encruamento de Swift utilizando o critério de Hill 48 e o critério de Yld91. ....	102



## Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Composição química (% em peso) do aço AISI 304*.....	44
Tabela 5.2 - Coeficientes e parâmetros de anisotropia do aço AISI 304*.....	47
Tabela 5.3 – Coeficientes e parâmetros de anisotropia do aço TWIP 940.....	50
Tabela 5.4 – Coeficientes e parâmetros de anisotropia dos aços DP 780, DP 980 e DP 780-HY.....	51
Tabela 5.5 – Composição química (% em peso) dos aços AISI 304 e AISI 316L.....	52
Tabela 5.6 - Coeficientes e parâmetros de anisotropia dos aços AISI 304 e AISI 316L.....	53
Tabela 6.1 – Combinações de modelos de comportamento identificadas no processo de identificação. ....	57
Tabela 6.2 – Identificação dos parâmetros de encruamento isotrópico para o aço DP 780-HY com o critério de von Mises.....	60
Tabela 6.3 – Identificação dos parâmetros para os modelos de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço DP 780-HY com o critério de Hill 48.....	63
Tabela 6.4 – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento isotrópico para o aço DP 980 com o critério de von Mises.....	64
Tabela 6.5 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço DP 980 com o critério de Hill 48.....	66
Tabela 6.6 – Parâmetros obtidos pelo processo de identificação para os modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo para o aço TWIP 940 com o critério de von Mises.....	67
Tabela 6.7 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço TWIP 940 com o critério de Hill 48.....	67
Tabela 6.8 – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento isotrópico para o aço DP 780 com o critério de von Mises.....	69
Tabela 6.9 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço DP 780 com o critério de Hill 48.....	70
Tabela 6.10 – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento isotrópico para o aço AISI 304* com o critério de von Mises.....	72
Tabela 6.11 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço AISI 304* com o critério de Hill 48.....	73
Tabela 6.12 – Identificação dos parâmetros de encruamento isotrópico das leis de Swift e Simo para o aço DP 600 com o critério de von Mises.....	75
Tabela 6.13 – Identificação dos parâmetros de encruamento misto das leis de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche para o aço DP 600 com o critério de von Mises.....	75

Tabela 6.14 – Identificação dos parâmetros de encruamento dos modelos isotrópicos para o aço AISI 304 com o critério de von Mises. ....	78
Tabela 6.15 – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento misto para o aço AISI 304 com o critério de von Mises. ....	80
Tabela 6.16 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48. ....	81
Tabela 6.17 – Identificação dos parâmetros de encruamento isotrópico para o aço AISI 316L com o critério de von Mises.....	84
Tabela 6.18 – Identificação dos parâmetros de encruamento misto para o aço AISI 316L com o critério de von Mises.....	85
Tabela 6.19 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço AISI 316L com o critério de Hill 48.....	86
Tabela 7.1 – Conjuntos de parâmetros iniciais de anisotropia e da lei de encruamento isotrópica de Swift para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48.....	89
Tabela 7.2 – Conjuntos de parâmetros finais de anisotropia e da lei de encruamento isotrópica de Swift identificados pelo processo para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48.....	90
Tabela 7.3 – Conjuntos de pesos atribuídos aos diferentes ensaios no processo de identificação dos parâmetros dos modelos com a lei de encruamento de Swift e o critério de von Mises para o aço AISI 304.....	92
Tabela 7.4 – Identificação dos parâmetros dos modelos de comportamento com a lei de Swift e o critério de von Mises para o aço AISI 304 com os diferentes conjuntos de pesos estipulados.....	93
Tabela 7.5 – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento misto considerando as leis de Swift e de Chaboche para o aço AISI 304 com o critério de von Mises utilizando os algoritmos Levenberg-Marquardt e Evolucionário.....	95
Tabela 7.6 – Identificação dos parâmetros de anisotropia e da lei de encruamento isotrópica de Simo para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48 utilizando os algoritmos L-M e Evolucionário.....	98
Tabela 7.7 – Resultados dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico (Swift) para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48 e com o critério Yld 91. ....	101

# Conteúdo

Lista de Figuras .....	i
------------------------	---

Lista de Tabelas .....	v
------------------------	---

## Parte I - Estado da Arte

<b>1</b>	<b>Enquadramento.....</b>	<b>3</b>
1.1	Introdução.....	3
1.2	Objectivos .....	4
1.3	Guia de leitura.....	4
<b>2</b>	<b>Aços de Alto Desempenho .....</b>	<b>7</b>
2.1	Desenvolvimento e evolução .....	7
2.2	Caracterização de aços de alto desempenho .....	8
2.2.1	Aços <i>Dual- Phase</i> .....	9
2.2.2	Aços Inoxidáveis .....	11
2.2.3	Aços <i>TRIP</i> .....	14
2.2.4	Aços <i>TWIP</i> .....	15
<b>3</b>	<b>Modelos de Comportamento Elasto-Plástico .....</b>	<b>17</b>
3.1	Introdução.....	17
3.2	Caracterização do comportamento plástico .....	18
3.2.1	Superfície de plasticidade e potencial plástico .....	19
3.2.2	Critérios de plasticidade.....	20
3.2.2.1	Critérios isotrópicos.....	20
3.2.2.1	Critérios anisotrópicos.....	220
3.2.3	Leis de encruamento.....	30
3.2.3.1	Leis de encruamento isotrópico .....	30
3.2.3.2	Leis de encruamento cinemático.....	330

<b>4</b>	<b>Identificação de Parâmetros .....</b>	<b>33</b>
4.1	Introdução.....	33
4.2	Formulação do problema.....	34
4.3	Métodos de otimização .....	36
4.3.1	Algoritmo evolucionário.....	37
4.3.2	Algoritmo de Levenberg-Marquardt .....	38
<b>Parte II - Resultados, Validação e Discussão</b>		
<b>5</b>	<b>Caracterização Experimental de Aços de Alto Desempenho .....</b>	<b>43</b>
5.1	Introdução.....	43
5.2	Análise experimental do aço AISI 304* .....	44
5.2.1	Ensaio de tracção.....	44
5.2.2	Ensaio de corte simples .....	47
5.3	Caracterização do aço TWIP 940.....	49
5.4	Caracterização dos aços DP 600, DP780, DP780-HY e DP980 .....	50
5.5	Caracterização dos aços inoxidáveis AISI 304 e AISI 316L.....	52
<b>6</b>	<b>Identificação de Parâmetros para os Aços Caracterizados .....</b>	<b>55</b>
6.1	Metodologia e implementação.....	55
6.2	Identificação dos parâmetros dos modelos de comportamento.....	59
6.2.1	Identificação de parâmetros do aço DP 780-HY.....	59
6.2.2	Identificação de parâmetros do aço DP 980 .....	64
6.2.3	Identificação de parâmetros do aço TWIP 940 .....	67
6.2.4	Identificação de parâmetros do aço DP 780 .....	69
6.2.5	Identificação de parâmetros do aço AISI 304* .....	72
6.2.6	Identificação de parâmetros do aço DP 600 .....	75
6.2.7	Identificação de parâmetros do aço AISI 304.....	78
6.2.8	Identificação de parâmetros do aço AISI 316L.....	83
<b>7</b>	<b>Análise de Sensibilidade ao Processo de Identificação .....</b>	<b>89</b>
7.1	Influência dos parâmetros iniciais seleccionados .....	89
7.2	Influência do peso de cada ensaio na optimização.....	91
7.3	Influência do tipo de método de optimização .....	94
7.4	Influência do critério anisotrópico utilizado no modelo de comportamento.....	100
<b>8</b>	<b>Considerações Finais.....</b>	<b>103</b>
8.1	Conclusões gerais.....	103
8.2	Trabalhos futuros.....	106
<b>Bibliografia .....</b>		<b>107</b>





# Parte I

## Estado da Arte





# 1 Enquadramento

## 1.1 Introdução

O surgimento de novos materiais para aplicações na indústria automóvel, aeronáutica e aeroespacial possui um especial interesse visto que os custos com os materiais e com o seu processamento correspondem, normalmente, à maior percentagem da despesa total de produção. Como a exigência da comunidade industrial é cada vez mais elevada e, actualmente, a utilização generalizada de programas de simulação numérica faz parte da rotina na optimização de processos tecnológicos de conformação, percebe-se facilmente a necessidade de promover a caracterização do comportamento mecânico de materiais relativamente recentes, sendo o caso dos aços de alto desempenho.

A caracterização do comportamento mecânico de um material para que este possa ser modelado através de programas de simulação envolve as seguintes etapas: (i) o estudo do seu comportamento através de ensaios experimentais; (ii) o desenvolvimento ou adopção de um modelo matemático capaz de reproduzir os fenómenos existentes; (iii) a determinação dos parâmetros constituintes da estrutura matemática adoptada e (iv) a confrontação dos resultados numéricos e do comportamento experimental de forma a validar as tarefas anteriores.

Deste modo, compreende-se que quer o desenvolvimento de modelos matemáticos de comportamento quer a identificação de parâmetros possui grande importância no universo da simulação numérica.

Por isso, o problema de identificação de parâmetros de modelos matemáticos, elaborados para descrever com precisão o comportamento dos materiais, é bastante frequente na comunidade científica.

O processo de identificação de parâmetros para um modelo de comportamento deve ser efectuado confrontando os resultados numéricos com os experimentais. Contudo, a partir do momento em que o número de ensaios experimentais aumenta ou a complexidade do modelo é maior, torna-se impraticável identificar parâmetros de uma forma exploratória. Nestes casos, é necessário abordar o problema da identificação de parâmetros recorrendo a uma formulação inversa que conduza à resolução de um problema de optimização não-linear.

Assim, partindo da formulação de um problema inverso é possível efectuar a optimização de parâmetros de um modelo matemático utilizando para isso um algoritmo responsável por minimizar uma função objectivo e capaz de englobar todos os dados experimentais conhecidos. Esta abordagem, além de permitir a resolução do problema de identificação, também possibilita a selecção de modelos de comportamento mais adequados a cada material.

## 1.2 Objectivos

Neste trabalho pretende-se identificar parâmetros de modelos de comportamento que possam caracterizar adequadamente o comportamento mecânico de aços de alto desempenho. Os modelos de comportamento são definidos em função dos ensaios experimentais disponíveis para cada aço de alto desempenho considerado. A validação dos resultados obtidos é efectuada comparando os resultados dos ensaios experimentais com os resultados dos ensaios numéricos correspondentes.

Por outro lado, visto que vão ser identificados parâmetros de diferentes modelos de comportamento para o mesmo aço de alto desempenho, também se pretende comparar o desempenho entre esses modelos.

## 1.3 Guia de leitura

O presente trabalho está organizado em duas partes distintas e é composto por um total de 8 capítulos. A primeira parte do trabalho intitula-se de **Estado da Arte** e é composta pelos primeiros quatro capítulos. Nesta parte pretende-se, além de enquadrar o trabalho, apresentar e descrever aços de alto desempenho, modelos constitutivos e o problema inverso de identificação de parâmetros.

**Capítulo 1** – Introduz-se o trabalho dando realce a aspectos que justificam a sua realização e descreve-se o conteúdo do mesmo. Apresentam-se também os objectivos gerais do trabalho.

**Capítulo 2** – Apresentam-se algumas considerações e generalidades sobre os aços de alto desempenho mais relevantes. As características físicas e mecânicas, o processo de fabrico, ou as principais aplicações são alvo de análise.

**Capítulo 3** – Neste capítulo procede-se à caracterização do comportamento elastoplástico dos metais realizando-se um estudo detalhado dos modelos constitutivos fenomenológicos. Tanto os critérios de plasticidade como as leis de encruamento são alvo de pesquisa, sendo caracterizados os mais relevantes.

**Capítulo 4** – Apresenta-se o problema inverso de identificação de parâmetros e define-se o processo de optimização efectuado com base nesta problemática. Procede-se à formulação deste problema, explicitando os passos de resolução, definindo a função objectivo e abordando os métodos de optimização passíveis de utilização. Especifica-se mais detalhadamente os métodos de optimização evolucionários e os métodos de optimização baseados no gradiente.

A segunda parte do trabalho, designada **Resultados, Validação e Discussão** é constituída por quatro capítulos. Nesta última parte apresentam-se os ensaios experimentais utilizados para realizar o processo de identificação de parâmetros dos diferentes aços considerados, a

metodologia e os resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros dos modelos de comportamento adoptados e, também, são efectuados estudos de sensibilidade e influência a determinados factores do processo de optimização.

**Capítulos 5** – Apresentam-se os ensaios experimentais efectuados para um aço inoxidável AISI 304\* como também os ensaios experimentais obtidos através de pesquisa na bibliografia para os aços DP 780, DP 780-HY, DP 600, DP 980, TWIP 940, AISI 304 e AISI 316L.

**Capítulos 6** – Neste capítulo, os resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros são apresentados considerando modelos de comportamento contemplando tanto o critério de plasticidade isotrópica de von Mises com combinações de leis de encruamento isotrópica ou isotrópica e cinemática, como contemplando o critério de plasticidade anisotrópica de Hill 48 com leis de encruamento isotrópica.

**Capítulos 7** – Este capítulo apresenta as análises de sensibilidade efectuadas para os seguintes factores do processo de optimização, nomeadamente: parâmetros iniciais seleccionados, pesos estipulados para cada ensaio, método de optimização utilizado e critério de plasticidade anisotrópico utilizado no modelo de comportamento.

**Capítulos 8** – Apresentam-se as conclusões gerais deste trabalho e enumeram-se possíveis trabalhos futuros.



## 2 Aços de Alto Desempenho

### 2.1 Desenvolvimento e evolução

A contínua evolução tecnológica de bens de consumo duráveis que permita atender adequadamente às necessidades exigentes do Homem sempre impôs o desenvolvimento de novos materiais. A obtenção desses materiais a custos relativamente baixos e que simultaneamente fossem capazes de satisfazer os diferentes requisitos mecânicos, químicos e físicos das mais variadas aplicações sempre constituiu uma grande limitação. Contudo, existe um grupo de materiais – os aços – que pela sua enorme versatilidade sempre respondeu positivamente a este desafio.

Os aços possuem aplicação praticamente universal devido à capacidade que têm para assumir diferentes conjuntos de propriedades através de uma selecção criteriosa da sua composição – designadamente, os elementos de liga – e do seu processamento térmico e mecânico.

O surgimento dos novos aços de alto desempenho deveu-se à crise do petróleo de 1973, pois o aumento exorbitante do preço dos combustíveis impôs a redução do seu consumo e, deste modo, a indústria automóvel começou a implementar soluções que permitissem reduzir o peso dos automóveis [Gorni 2009]. A partir daí as organizações regulamentadoras de veículos começaram a emitir regulamentos que visavam a problemática ambiental mas também uma preocupação crescente com a segurança dos ocupantes.

O desafio de reduzir o peso dos veículos e de simultaneamente aumentar a resistência ao impacto tornou o sector automóvel extremamente competitivo, o que, por sua vez, fomentou sempre o desenvolvimento da indústria siderúrgica até a actualidade, quer melhorando continuamente as propriedades dos aços existentes quer surgindo novos tipos, como os aços *Dual-Phase*, Martensíticos, *TRIP*<sup>1</sup> ou *TWIP*<sup>2</sup>.

---

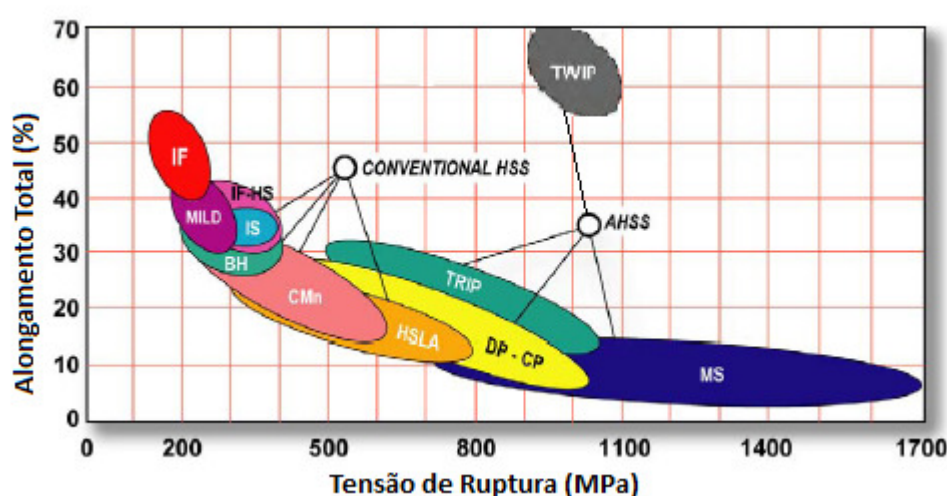
<sup>1</sup> Do inglês *Transformation Induced Plasticity*.

<sup>2</sup> Do inglês *Twinning Induced Plasticity*.

Geralmente a classificação dos aços é feita pela sua denominação metalúrgica, e deste modo, pode tomar-se três grupos:

- 1) Aços de baixa resistência – aço-carbono e *IF*<sup>3</sup>;
- 2) Aços convencionais de alta resistência (HSS) – C-Mn, *IF* de alta resistência e *HSLA*<sup>4</sup>;
- 3) Aços avançados de alto desempenho (AHSS) – *Dual-Phase* (DP), *Complex-Phase* (CP), Ferrítico-Bainíticos, Martensíticos, *TRIP* e *TWIP*.

A classe de aços AHSS possui uma elevada resistência mecânica e oferece uma relação resistência/conformação superior, sem afectar a ductilidade e o aumento da absorção de energia e melhorando a resistência ao impacto. A figura 2.1 permite comparar as propriedades dos aços AHSS com os aços convencionais (HSS).



**Figura 2.1** – Representação esquemática da gama de tensão de ruptura e de alongamento dos aços do grupo AHSS em relação aos aços do grupo HSS [IISI 2006].

Salienta-se que a principal diferença entre os aços convencionais HSS e os aços AHSS é a sua microestrutura. Os aços HSS são aços inoxidáveis ferríticos de fase única, enquanto os aços AHSS são essencialmente aços multifásicos que contêm ferrite, martensite, bainite e/ou austenite retida em quantidades suficientes para produzir propriedades mecânicas únicas [IISI 2006].

## 2.2 Caracterização de aços de alto desempenho

Nesta secção, procede-se a uma breve caracterização de alguns aços de alto desempenho, nomeadamente, aços *Dual-Phase*, Inoxidáveis, *TRIP* e *TWIP*. A selecção destes aços deve-se ao facto de terem sido os únicos em que foi possível reunir dados experimentais suficientes para se efectuar um adequado estudo e identificação de parâmetros de modelos constitutivos.

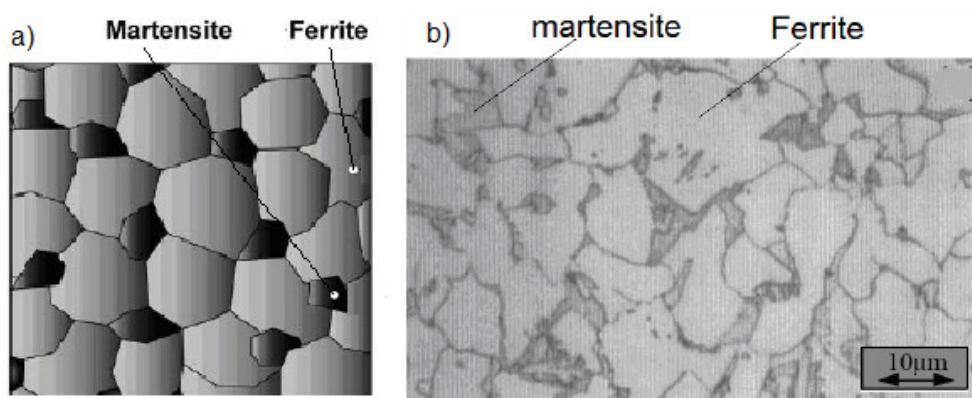
<sup>3</sup> Do inglês *Interstitial Free*.

<sup>4</sup> Do inglês *High Strength Low Alloy*.

### 2.2.1 Aços Dual-Phase

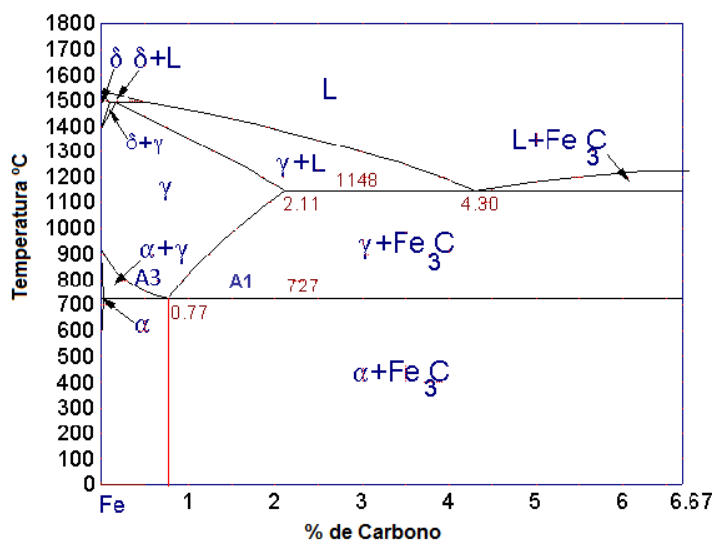
O termo *dual-phase* (DP) vem da predominância de duas fases na microestrutura do aço, nomeadamente, ferrite e martensite. Contudo pequenas quantidades de outras microestruturas (bainite, austenite residual e perlite) podem estar presentes [Gorni 2009]. A figura 2.2 ilustra a microestrutura de um aço dual-phase.

Como foi mencionado anteriormente, na figura 2.1 é possível verificar algumas propriedades deste tipo de aço, particularmente a elevada resistência mecânica, que se deve principalmente à presença de martensite (constituente duro) e o relativamente bom alongamento que se traduz numa boa conformação e que é conferida pela ferrite (constituente macio).



**Figura 2.2** – (a) Representação esquemática da microestrutura típica de um aço dual-phase e (b) imagem da microestrutura de um aço dual-phase [IISI 2006] e [Kulazi 2007].

Os aços *dual-phase* são produzidos através do tratamento térmico de recozimento intercrítico, com aquecimento entre as linhas A1 e A3, no campo ferrítico-austenítico do diagrama de fases Fe-C, seguindo-se um arrefecimento controlado [Mayra e Gayden 2005]. A figura 2.3 mostra o diagrama de fases Fe-C.



**Figura 2.3** - Representação do diagrama de fases Fe-C.

Tanto aços baixo carbono laminados a quente como a frio podem ser utilizados para o seu fabrico, sendo que a perlite é transformada em austenite durante o aquecimento, enquanto grande parte da estrutura ferrítica se mantém retida. O processo consiste em elevar a temperatura até à zona intercrítica (campo de estabilidade da ferrite e austenite no diagrama Fe-C) onde há a formação de grãos de austenite numa matriz ferrítica. Seguidamente o material é arrefecido para ser obtida martensite a partir de austenite. Contudo, esta taxa de arrefecimento deve ser elevada para inibir a formação de bainite e/ou perlite [Speich 1990].

Deste modo, o processo de obtenção pode ser dividido em duas etapas:

- 1) A primeira etapa corresponde à formação de austenite durante o recozimento intercrítico. Nesta etapa ocorre a nucleação instantânea da austenite em colónias de perlite ou na interface dos carbonetos, dando-se um rápido crescimento dos grãos de austenite enquanto se verifica uma dissolução da perlite e dos carbonetos presentes. Seguidamente, processa-se a difusão de carbono na austenite a altas temperaturas (850°C) ou a difusão de Manganês na ferrite a temperaturas mais baixas (750°C). Por fim, estabelece-se um equilíbrio muito lento entre ferrite e austenite e a difusão de Manganês da ferrite para austenite ocorre de forma controlada [Kulazi 2007, Speich 1981].
- 2) A segunda etapa do processo corresponde à transformação da austenite após o recozimento intercrítico através de um arrefecimento controlado. Esta etapa é semelhante a qualquer transformação de austenite. No entanto, alguns factores tornam este processo único. Um desses factores prende-se com o teor de carbono da austenite, pois, além de depender do teor de carbono total do aço, também vai depender da temperatura do recozimento.

Normalmente, verifica-se que para baixas temperaturas de recozimento intercrítico se formam baixas quantidades de austenite. Porém, esta austenite apresenta um elevado teor de carbono. Por outro lado, quando o recozimento intercrítico é realizado a temperaturas elevadas a quantidade de austenite formada é elevada, mas o seu teor de carbono é baixo. Assim, após o arrefecimento, obtém-se uma martensite em maior quantidade na microestrutura, contudo, mais pobre em carbono e, portanto, mais macia [Fonseca *et al.* 2005].

Estes aços geralmente apresentam menos de 0,1% de carbono, garantindo uma elevada ductilidade da fase ferrítica. Para compensar esse baixo teor de carbono enriquece-se o material adicionando elementos de liga individualmente ou em combinação, usualmente, Manganês, Vanádio, Níquel, Crómio e/ou Molibdénio, o que permite aumentar o campo de estabilidade da austenite e, conseqüentemente, o volume de martensite gerada após o tratamento térmico [Chiaverini 2005].

As adições dos elementos de liga são cuidadosamente equilibradas, não só para produzir propriedades mecânicas únicas, mas também para manter a boa resistência dos aços *dual-phase* e permitir a sua capacidade de soldagem por pontos, que é muito utilizada na indústria automóvel.

Salienta-se que nalguns casos, no arrefecimento intercrítico da austenite, enquanto a temperatura permanece no campo bifásico, pode ocorrer o crescimento da região de ferrite para o interior da região de austenite. A nova ferrite formada designa-se como ferrite epitaxial. A microestrutura bifásica assim obtida é composta de ferrite antiga, ferrite epitaxial e martensite.



Normalmente, grande parte do comportamento mecânico do aço *dual-phase* é governado pela matriz ferrítica, visto que apresenta uma maior fracção volumétrica relativamente à martensite e é contínua na liga *dual-phase*. No entanto, a fracção volumétrica de martensite e o tamanho de grão da ferrite também possuem uma forte influência nas propriedades mecânicas obtidas.

No estudo efectuado por Davies [Davies 1978], foi demonstrado que a resistência dos aços *dual-phase* (Fe-1.5Mn-C) cresce linearmente com o aumento da fracção volumétrica da martensite, independentemente da composição ou resistência da mesma. Isto pressupõe que um aumento da fracção em volume da martensite permite um aumento da resistência dos aços *dual-phase*.

Os aços *dual-phase* possuem uma elevada resistência mecânica relativamente aos aços convencionais. Esta propriedade é explicada pela fase martensítica sob a sua forma de ilhas dispersas visto que actua como obstáculo no movimento das deslocações (defeitos lineares) [IISI 2006]. Além disso, quando ocorre deformação num aço *dual-phase*, esta concentra-se na fase ferrítica de menor resistência que envolve as ilhas dispersas de martensite dura, criando uma taxa de encruamento excepcional. Consequentemente, a elevada taxa de encruamento também proporciona um efeito benéfico na vida à fadiga, pois retarda ou impede o crescimento de fissuras [IISI 2006]. Por outro lado, o facto de a matriz ferrítica ser contínua, permite um comportamento contínuo no escoamento de um aço *dual-phase*, o que é bastante interessante para a conformação de peças, uma vez que elimina os efeitos indesejáveis de bandas de Lüders<sup>5</sup>. Estas, em termos macroscópicos, revelam-se através de uma banda de material deformado plasticamente que se propaga a toda a largura do provete [Martins e Rodrigues 2005].

Assim, depreende-se que a boa conformação dos aços *dual-phase*, que se traduz numa elevada ductilidade, advém principalmente do escoamento contínuo da fase ferrítica. Realça-se que os aços *dual-phase* apresentam grande ductilidade para a sua classe de resistência, o que permite o uso de aços de alta resistência em peças de geometria complexa que não são conformáveis com aços convencionais [IISI 2006].

Os aços *dual-phase* também têm capacidade de absorver mais energia que os aços convencionais, logo possuem melhor resistência ao impacto. Isto ocorre porque apresentam maior tensão limite de cedência. Consequentemente, têm uma maior área da curva tensão-deformação e possuem elevada taxa de encruamento, o que faz com que distribuam melhor as tensões durante a deformação.

### 2.2.2 Aços Inoxidáveis

Os aços inoxidáveis são um conjunto de ligas especiais – sobretudo Ferro e Crómio – que foram desenvolvidas principalmente para resistir a diferentes tipos de corrosão quando expostos a ambientes agressivos [Krauss 1990]. O seu principal elemento de liga é o Crómio, visto que é este constituinte que confere a característica inoxidável através da formação de um filme de óxido à superfície. O seu teor deve ser superior a 10,5% da composição da liga [Karlsson 2004]. No

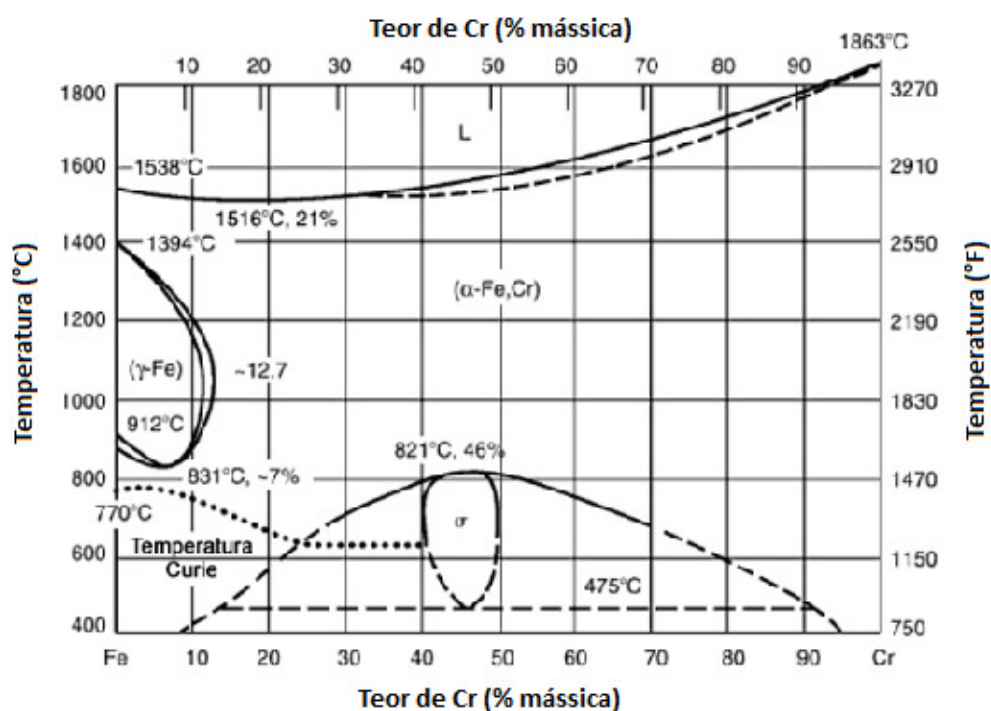
---

<sup>5</sup> Bandas resultantes da instabilidade plástica.

entanto, a resistência à corrosão também pode ser aumentada pela adição de Níquel e Molibdênio [Callister 1990].

Os aços inoxidáveis são basicamente classificados em função da sua microestrutura e dividem-se em: aços austeníticos, martensíticos, ferríticos, duplex e endurecidos por precipitação. A microestrutura depende, entre outros factores, da quantidade de elementos de liga adicionados, sendo que estes se podem dividir em dois grupos, nomeadamente, os elementos estabilizadores da ferrite (Cr, Si, Mo, Ti, Nb) e os elementos estabilizadores da austenite (Ni, C, Cu, N, Mn). Deste modo, os aços inoxidáveis podem apresentar diferentes estruturas devido à transformação alotrópica do ferro [Santos 2008].

O diagrama de fases Cr-Fe, apresentado na figura 2.4, reproduz a base para todos os aços inoxidáveis, especialmente, para os martensíticos e os ferríticos.



**Figura 2.4** – Representação do diagrama de fases Fe-Cr para aços inoxidáveis adaptado de [Davis 1994].

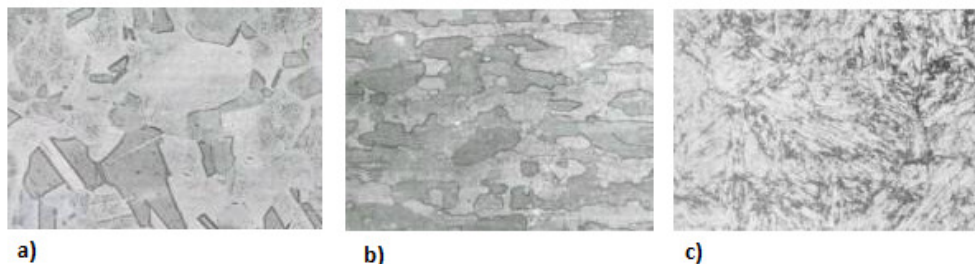
Os aços inoxidáveis austeníticos possuem esta denominação porque têm a capacidade de reter uma estrutura completamente austenítica à temperatura ambiente, sendo esta, cúbica de face centrada (CFC). A figura 2.5 a) mostra a estrutura metalúrgica típica de um aço inoxidável austenítico. A sua composição assenta principalmente em Crómio (16 a 26%), Níquel (6 a 12%) e Ferro [ISSF]. Esta classe de aços, além da excelente resistência à corrosão, também apresenta elevada ductilidade, tenacidade e plasticidade mesmo a temperaturas criogénicas<sup>6</sup>. Por outro lado, também se verifica que encruam muito rapidamente e que apresentam elevado alongamento uniforme permitindo, assim, uma boa conformação. Estas características possibilitam a sua utilização numa vasta gama de aplicações destacando-se a indústria química (especialmente em tanques de armazenamento e transporte de gases liquefeitos), a indústria

<sup>6</sup> Temperatura da ordem dos -272°C, que corresponde à temperatura do Hélio líquido.

alimentar (prevenção da corrosão e facilidade de limpeza) e as indústrias aeronáutica e naval. Realça-se que os aços inoxidáveis austeníticos são a classe mais resistente à corrosão e que a sua resistência mecânica é aumentada por trabalho a frio, pois não são termicamente tratáveis [Santos 2008].

Os aços inoxidáveis ferríticos são ligas compostas, por Crómio (tipicamente 12,5% ou 17%) e Ferro e possuem uma estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (CCC) [ISSF]. O baixo teor de carbono que esta classe apresenta permite uma boa tenacidade, contudo impede que exista uma grande resistência mecânica [Leslie 1982]. Devido à sua estrutura essencialmente ferrítica (constituente macio), a textura desenvolvida no seu processamento possibilita que sejam conformados facilmente em operações de embutimento profundo [Pickering 1976]. A figura 2.5 b) permite verificar a estrutura metalúrgica de um aço inoxidável ferrítico. Estes aços não são endurecíveis por tratamento térmico e, normalmente, são usados no estado recozido. Apresentam propriedades magnéticas e são resistentes à corrosão atmosférica e a certos meios agressivos, principalmente meios oxidantes.

Relativamente aos aços inoxidáveis martensíticos, constata-se que a sua composição é essencialmente definida por Carbono (0,2 a 1,0%), Crómio (10,5 a 18%) e Ferro [ISSF]. Este tipo de aço inoxidável apresenta uma estrutura cristalina tetragonal de corpo centrado (TCC) e pode ser endurecido por tratamento térmico. Durante o processo de obtenção, os teores de Carbono e de Crómio proporcionam a formação de austenite a altas temperaturas. Contudo esta transforma-se em martensite durante o arrefecimento. Em termos de propriedades, estes aços são magnéticos (tal como os aços inoxidáveis ferríticos), apresentam boa resistência à corrosão atmosférica quando são temperados e destacam-se das outras classes pela ampla gama de dureza e resistência mecânica que podem obter.



**Figura 2.5** - Estrutura metalúrgica típica de um aço inoxidável: a) austenítico, b) ferrítico, c) martensítico.

Existem ainda as classes dos aços inoxidáveis endurecidos por precipitação e dos aços inoxidáveis *duplex*. O primeiro grupo consiste numa liga de Crómio e Níquel que contém elementos que promovem o endurecimento por precipitação, nomeadamente, Cobre, Alumínio ou Titânio.

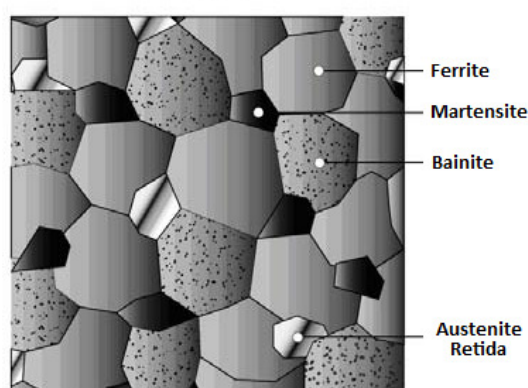
O segundo grupo corresponde a uma liga formada por Crómio (18 a 26%), Níquel (4 a 7%), Molibdénio (0 a 4%), Cobre e Ferro [ISSF]. A sua estrutura deriva de um campo bifásico composto por austenite e ferrite. Os aços inoxidáveis *duplex* possuem elevada resistência à corrosão intergranular e corrosão sob tensão e, deste modo, são indicados para aplicações em meios que contém presença de iões cloreto ou sulfetos de hidrogénio, nomeadamente, oleodutos, linhas de extracção de petróleo ou gás natural e refinarias.

### 2.2.3 Aços *TRIP*

Os aços *TRIP* são um tipo de aços multifásicos compostos essencialmente por ferrite (matriz), bainite e austenite retida e têm a particularidade de sofrer um fenómeno de transformação plástica induzida – daí a designação de *TRIP*. A figura 2.6 esquematiza a microestrutura de um aço *TRIP*.

Em 1967, Zackay *et al.* [Zackay *et al.* 1967] descreveram e constatarem que o aumento de resistência e ductilidade de um aço austenítico poderia ser obtido a partir de uma transformação martensítica induzida por uma carga aplicada, ou seja, através de uma deformação plástica, a austenite retida transformava-se em martensite.

A fracção volumétrica de austenite retida deve ser no mínimo 5% e, geralmente, varia até 15%, dependendo da composição química do aço e do processo térmico e mecânico de obtenção [Bleck 2002, IISI 2006].

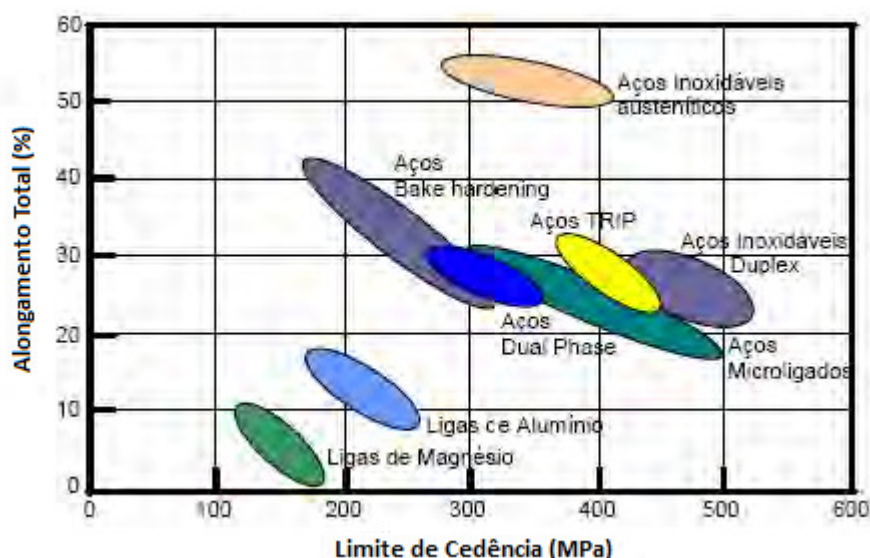


**Figura 2.6** – Representação esquemática da microestrutura de um aço *TRIP*.

A produção de aços *TRIP* pode ocorrer através de laminação a quente ou a frio. No entanto, a sua microestrutura é dependente da adição de elementos de liga como Manganês, Alumínio e Silício – que impedem a precipitação de carbonetos durante a transformação no campo bainítico – e de um tratamento térmico realizado em duas etapas: recozimento intercrítico seguido de tratamento isotérmico no campo bainítico [Mazzaferro *et al.* 2010]. Durante o tratamento isotérmico ocorre transformação parcial da austenite em bainite, enriquecendo a austenite remanescente em carbono, o que a estabiliza contra a transformação martensítica durante o posterior arrefecimento até à temperatura ambiente [Mazzaferro *et al.* 2010].

Estes aços suscitam grande interesse na indústria automóvel devido ao seu potencial de combinação de elevada resistência e boa conformação aliados a um preço competitivo. A elevada resistência influencia directamente a capacidade de absorção de energia ao impacto (*crash test*) e a redução de peso. Por outro lado, alguns estudos demonstram que estes aços têm grande potencial de aplicação em peças de conformação mais severas tais como as de estampagem profunda [Romano *et al.* 2000]. De realçar que esta propriedade advém principalmente do efeito *TRIP*, pois a deformação plástica localizada vai sendo evitada pela transformação progressiva da austenite retida em martensite. Deste modo, proporciona-se o atraso da fractura e simultaneamente consegue-se um maior alongamento uniforme e uma maior taxa de

encruamento. A figura 2.7 ilustra a relação entre a ductilidade e a resistência mecânica para vários materiais de alto desempenho, nomeadamente, aços *TRIP*.



**Figura 2.7** - Relação entre ductilidade e resistência de vários tipos de materiais [Bleck 2002].

A partir da figura 2.7 constata-se que o grupo de aços *TRIP* consegue oferecer combinações de resistência e ductilidade superiores ao grupo de aços *dual-phase* e que, relativamente à classe de aços austeníticos, apesar de não permitirem alongamentos tão elevados possuem maior resistência mecânica.

#### 2.2.4 Aços *TWIP*

Os aços podem deformar-se através de três mecanismos diferentes. O mecanismo mais comum, e que se verifica nos aços convencionais, explica-se através do escorregamento de discordâncias individuais em planos cristalográficos seleccionados, ocorrendo dessa forma a alteração de formato sem modificação da estrutura do cristal ou do volume do metal.

Por outro lado, o segundo mecanismo de deformação reporta para o efeito *TRIP* em que devido à transformação da austenite retida em martensite, resulta não só a deformação plástica mas também a alteração da estrutura cristalina e da densidade do metal.

Por fim, existe um terceiro modo de deformação que ocorre através de maclação mecânica e no qual a estrutura cristalina do aço é preservada, mas a região maclada é reorientada durante a deformação plástica. Este último mecanismo deu origem aos aços *TWIP* que são ligas ferrosas com elevado teor de elementos de liga e que apresentam plasticidade induzida por maclação [Honeycombe e Bhadeshia 2006]. Essencialmente, a composição destes aços assenta num teor de Manganês situado entre 15 a 25% e num teor conjunto de Silício e Alumínio a rondar 2 a 4% [Gorni 2009]. A elevada quantidade de Manganês presente faz com que o aço *TWIP* seja austenítico à temperatura ambiente e, mesmo após a deformação plástica, este continua a ser austenítico, pois como já foi referido, a sua estrutura cristalina mantém-se inalterada.

A figura 2.1 permite averiguar a relação entre a resistência mecânica e a ductilidade destes aços de alto desempenho. Deste modo, esta classe caracteriza-se, normalmente, por ter

uma tensão limite de cedência relativamente baixa, entre 200 a 300 MPa. Porém, em contrapartida, a tensão limite de ruptura pode chegar aos 1100 MPa. O coeficiente de encruamento é elevado e permite um grande alongamento uniforme, sendo que o alongamento total alcançado se situa entre 60 a 70% [IISI 2006].

Os aços *TWIP* apresentam um conjunto de propriedades deveras atractivas, nomeadamente: boa conformação, elevada resistência ao impacto, elevada tenacidade e ductilidade. O facto de serem austeníticos permite que mantenham a sua elevada tenacidade e ductilidade a temperaturas criogénicas. Além disso, têm um elevado potencial para aumentar a segurança nos automóveis, através da absorção ao impacto, pois a sua absorção específica chega a ser o dobro dos aços convencionais com estampagem extra-profunda [Bhadeshia , Gorni 2009]. Apresentam também um bom comportamento à fadiga, que é superior a alguns aços inoxidáveis austeníticos e comparável aos aços *dual-phase*.

## 3 Modelos de Comportamento Elasto-Plástico

### 3.1 Introdução

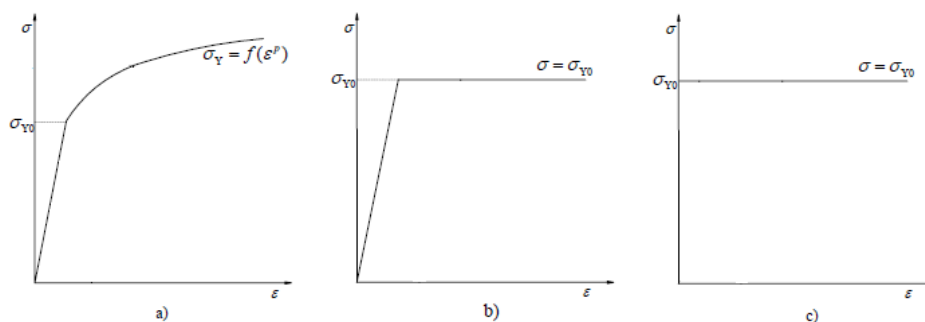
A modelação numérica do comportamento físico dos materiais metálicos é um dos aspectos mais importantes na simulação de processos de conformação. Pois, quanto melhor for a capacidade de reprodução do comportamento físico de um dado metal, maior será a precisão e a fiabilidade dos resultados obtidos na simulação numérica efectuada.

Deste modo, é absolutamente necessário compreender os fenómenos físicos que governam a performance dos metais quando solicitados e descrever esses mesmos fenómenos através do desenvolvimento e aplicação de métodos numéricos. Basicamente, esses métodos numéricos relacionam matematicamente os estados de tensão e deformação, obtendo-se as equações constitutivas que descrevem o comportamento macroscópico do material.

Nos materiais metálicos verifica-se a existência de três classes de comportamento [Andrade-Campos 2005, Prat e Gens 2002]:

- 1) Elástico – quando o carregamento é removido a estrutura recupera da deformação. Quando a relação é linear e homogénea, diz-se que a elasticidade é linear.
- 2) Plástico – após a remoção do carregamento, subsiste uma deformação permanente. O carregamento imposto é suficientemente elevado a fim de ultrapassar um limiar (superfície limite de elasticidade). Geralmente, a superfície limite de elasticidade aumenta com o escoamento plástico – fenómeno de encruamento – figura 3.1 a). Caso permaneça constante, a plasticidade é dita perfeita, figura 3.1 b). No caso da deformação anterior ao limiar plástico ser negligenciável, o comportamento é descrito como rígido-perfeitamente plástico, figura 3.1 c).
- 3) Viscoso – o comportamento do material depende da velocidade.

A combinação simultânea destes tipos de comportamento é possível e pode dar origem à elastoplasticidade, viscoplasticidade ou elastoviscoplasticidade.



**Figura 3.1** - Representação dos diferentes tipos de comportamento que se podem obter num ensaio de tracção: a) modelo elastoplástico com encruamento, b) modelo elasto-perfeitamente plástico e c) modelo rígido-perfeitamente plástico.

Em processos tecnológicos de transformação de metais dá-se especial ênfase ao comportamento plástico e à superfície limite de plasticidade, sendo, frequentemente, desprezado o comportamento elástico.

## 3.2 Caracterização do comportamento plástico

De modo resumido, o comportamento plástico de um material metálico pode ser caracterizado por [Zyczkowski 1981]:

- 1) Uma superfície de plasticidade, que está relacionada com a anisotropia do material;
- 2) Uma lei de escoamento para descrever o potencial plástico, que permite definir a relação entre o incremento de deformação e o correspondente valor de tensão, geralmente, utiliza-se uma lei de plasticidade associada;
- 3) E uma lei de encruamento, que permite descrever a evolução da tensão com a deformação.

Os modelos de comportamento plástico são essencialmente de dois tipos: os fenomenológicos e os baseados na estrutura cristalográfica [Alves 2003, Habraken 2004]. O modelo fenomenológico é baseado meramente na observação macroscópica do comportamento do material enquanto o modelo baseado na estrutura cristalográfica (modelo microscópico) necessita de um conhecimento profundo no domínio do comportamento dos cristais e da evolução da sua textura. A descrição do comportamento mecânico do material através de modelos baseados na estrutura cristalográfica é sempre muito complexa, traduzindo-se sistematicamente em tempos de cálculo inaceitáveis principalmente na simulação de processos de conformação. Por outro lado, comparativamente, os modelos macroscópicos são numericamente muito mais eficientes. Este motivo é o principal responsável pela utilização dos modelos macroscópicos estar generalizada nos actuais programas de elementos finitos para simulação de processos de conformação. Contudo, o facto de também serem versáteis, pois podem ser aplicados a materiais com estruturas cristalográficas diferentes, também é um factor importante [Chaparro 2006].

Deste modo, seguidamente serão abordados os diferentes componentes dos modelos de comportamento listados anteriormente, sendo apresentados modelos de índole fenomenológica utilizados para a caracterização do comportamento de materiais metálicos.



### 3.2.1 Superfície de plasticidade e potencial plástico

A superfície de plasticidade é uma função que separa, no espaço das tensões, as combinações de tensões que dão lugar ao comportamento do tipo elástico das combinações de tensões que dão origem ao comportamento do material no domínio plástico. Esta deve ser descrita utilizando uma equação matemática que garanta algumas condições, nomeadamente, a função deve ser convexa, fechada e possuir continuidade na derivada, o que garante a unicidade entre a tensão e o incremento de deformação [Bridgman 1952, Drucker 1959].



**Figura 3.2** – Exemplo de uma superfície de plasticidade.

A figura 3.2 mostra o exemplo de uma superfície de plasticidade. Fisicamente, a deformação ocorre em regime elástico para pontos interiores à função superfície de plasticidade e para pontos na própria superfície se a direcção do incremento for tangente ou apontar para o interior da função. Para pontos na superfície de plasticidade com direcções de incremento de deformação a apontar para fora da superfície, a deformação ocorre em regime elastoplástico [Prat e Gens 2002]. A expressão geral da superfície de plasticidade pode ser escrita como

$$F(\sigma_{ij}, \chi_i) = 0, \quad (3.1)$$

onde,  $\sigma_{ij}$  corresponde ao tensor das tensões e  $\chi_i$  corresponde a um conjunto de variáveis de endurecimento que controlam o tamanho da superfície de plasticidade.

Para poder definir a superfície de plasticidade é necessária uma lei de escoamento plástico que nos dê a relação entre as diferentes componentes da deformação incremental plástica. Essa lei supõe que existe uma função das tensões e outros parâmetros em geral,

$$Q(\sigma_{ij}, \xi_i) = 0, \quad (3.2)$$

tal que as deformações plásticas se obtêm por derivação parcial em ordem às componentes do tensor das tensões,

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (3.3)$$

onde  $\partial\lambda$  é uma constante de proporcionalidade positiva, denominada multiplicador plástico e que assegura que a um incremento de extensão negativo não esteja associado uma tensão positiva [Martins e Rodrigues 2005, Natal e Dinis 2004]. A lei de escoamento é normalmente designada de potencial plástico e sempre que coincide com a superfície de plasticidade,  $Q(\sigma_{ij}, \xi_i) = F(\sigma_{ij}, \chi_i)$ , dizemos que estamos perante uma plasticidade associada. No caso contrário, estamos perante plasticidade não associada [Prat e Gens 2002].

A lei de escoamento plástico associada também é mencionada como condição de normalidade, visto que o gradiente  $\partial F / \partial \sigma$ , designado vulgarmente por vector fluxo, é normal à superfície de plasticidade em qualquer ponto do espaço das tensões. A figura 3.3 apresenta geometricamente a lei associada e não associada.

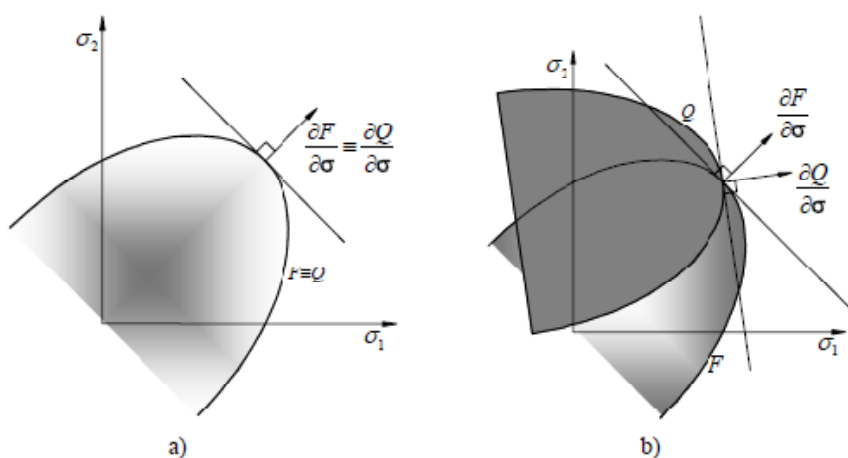


Figura 3.3 – Formas de escoamento a) associado; b) não associado.

Nos metais verifica-se que a utilização da lei de escoamento associada origina resultados concordantes com observações experimentais. No entanto, para outros materiais, como por exemplo, em solos, a aplicação de leis de escoamento plástico fazendo uso da lei não associada em simulações numéricas conduz a resultados mais realistas [Natal e Dinis 2004].

### 3.2.2 Critérios de plasticidade

Um critério de plasticidade corresponde a um potencial plástico e expressa uma relação matemática que define tanto a forma da superfície de plasticidade como determina também a transição entre o comportamento elástico e o plástico. Além de garantir as mesmas condições da equação da superfície de plasticidade (ser fechado, convexo e possuir continuidade na derivada), também deve ser independente da pressão hidrostática. Note-se que observações experimentais permitiram concluir que as pressões hidrostáticas não induzem deformação plástica. Um critério de plasticidade também deve estar ligado a plasticidade associada, como foi visto anteriormente.

Não existe um critério de plasticidade universal para todos os materiais porque os mecanismos de deformação variam entre gamas de materiais diferentes. É por isso que no decorrer das últimas décadas têm sido desenvolvidos e propostos vários critérios de plasticidade para descrever o comportamento dos materiais metálicos.

Os critérios de plasticidade podem ser agrupados em duas famílias: os critérios isotrópicos e os critérios anisotrópicos.

### 3.2.2.1 Critérios isotrópicos

Os materiais metálicos que apresentam um comportamento mecânico constante, independentemente da orientação de solicitação a que estão sujeitos, são designados de isotrópicos. Para modelar o comportamento mecânico destes metais utilizam-se critérios de plasticidade isotrópicos.

Os principais critérios isotrópicos foram propostos por Tresca (1864), von Mises (1913), Drucker (1949) e Hershey e Hosford (1954 e 1972) [Alves 2003]. No entanto, outros critérios isotrópicos, nomeadamente, Mohr-Coulomb, Beltrami, Green, Tensão Normal Máxima, foram também propostos [Natal e Dinis 2004]. Contudo, não são tão relevantes como os anteriores.

O critério de Tresca é baseado em resultados experimentais e admite por hipótese que a deformação plástica num ponto material ocorre sempre que a tensão tangencial máxima atinge um determinado valor limite. Geralmente, o critério é apresentado em função das tensões principais, pela seguinte expressão [Alves 2003, Banabic *et al.* 2000]:

$$\max \{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|\} = Y_0, \quad (3.4)$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  correspondem às tensões principais e  $Y_0$  corresponde ao valor da tensão limite de elasticidade em tracção uniaxial. A expressão também pode ser definida de forma simplificada, tendo a seguinte estrutura,

$$\sigma_M - \sigma_m = Y_0, \quad (3.5)$$

onde  $\sigma_M$  e  $\sigma_m$  correspondem à maior e à menor tensão principal, respectivamente.

O critério de von Mises foi baseado na observação experimental de que a pressão hidrostática, responsável pela variação de volume num sólido não provoca cedência. Como a deformação plástica ocorre a volume constante, a componente hidrostática existente num dado estado complexo de tensões aplicado a um corpo não influencia a tensão para a qual a cedência principia [Branco 2006]. Assim, apenas as tensões de desvio podem causar deformação permanente, isto é, quando a energia de distorção elástica atinge um determinado valor crítico inicia-se a deformação plástica [Branco 2006, Chaparro 2006]. A expressão matemática capaz de quantificar essa energia é obtida a partir do segundo invariante do tensor das tensões ( $J_2$ ) e no sistema de eixos principais toma a seguinte forma [Alves 2003, Chaparro 2006]:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2Y_0^2, \quad (3.6)$$

em que  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  correspondem às tensões principais e  $Y_0$  corresponde ao valor da tensão limite de elasticidade em tracção uniaxial.

O critério de Drucker foi proposto com o intuito de representar os materiais metálicos que apresentam um comportamento isotrópico situado entre os critérios de Tresca e von Mises [Banabic *et al.* 2000]. Este critério é definido pela seguinte expressão [Alves 2003, Banabic *et al.* 2000]:

$$J_2^3 - C_D \cdot J_3^2 = F, \quad (3.7)$$

onde  $J_2$  e  $J_3$  são o segundo e o terceiro invariantes do tensor das tensões,  $C_D$  é uma constante característica do material e  $F=27(Y_0/3)^6$ . De realçar que para garantir a convexidade deste critério, a constante  $C_D$  tem que pertencer ao intervalo  $[-27/8; 9/4]$  [Chaparro 2006, Drucker 1949].

O critério de Hershey e Hosford (1954 e 1972) corresponde a uma evolução do critério de von Mises e pode tomar uma formulação não quadrática. A expressão que traduz este critério é a seguinte [Banabic *et al.* 2000, Chaparro 2006]:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^a + (\sigma_2 - \sigma_3)^a + (\sigma_1 - \sigma_3)^a = 2Y_0^a, \quad (3.8)$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais,  $Y_0$  corresponde ao valor da tensão limite de elasticidade em tracção uniaxial e  $a$  é um expoente que é determinado com base na estrutura cristalográfica do material. Segundo Logan e Hosford [Logan e Hosford 1980], se a estrutura cristalográfica do metal for cúbica de faces centradas (CFC) ou cúbica de corpo centrado (CCC), o expoente  $a$  deve tomar o valor 8 e 6, respectivamente. Por outro lado, este critério também pode tomar a forma dos critérios de von Mises e Tresca, caso o valor do expoente  $a$  seja igual a 2 ou tenda para infinito ( $a \rightarrow \infty$ ), respectivamente.

De todos os critérios isotrópicos apresentados destaca-se o critério de von Mises por ser o mais utilizado em problemas de plasticidade isotrópica na comunidade científica. Como tal, nesta tese, na identificação de parâmetros dos modelos de comportamento dos aços de alto desempenho considerando isotropia, optou-se então pela utilização do critério de von Mises.

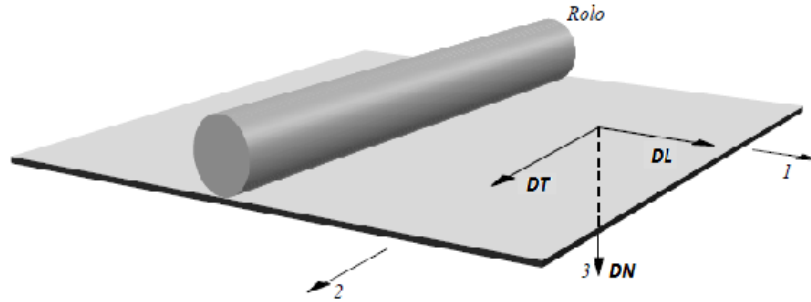
### 3.2.2.2 Critérios anisotrópicos

Se os critérios isotrópicos têm como função caracterizar o comportamento mecânico de materiais metálicos isotrópicos, no caso dos critérios anisotrópicos ocorre precisamente o oposto. Os materiais metálicos ditos anisotrópicos têm a particularidade do seu comportamento mecânico variar em função da direcção de solicitação. Esta característica denomina-se de anisotropia plástica.

A anisotropia plástica resulta, geralmente, da história da deformação imposta pelos processos tecnológicos de produção. A maioria das chapas metálicas obtidas por laminagem apresenta um comportamento ortotrópico, isto é, possui três planos de simetria perpendiculares entre si. A intercepção dos planos de simetria, dois a dois, permite obter o sistema de eixos de ortotropia, utilizado, normalmente, na definição dos critérios de plasticidade anisotrópicos. O sistema de eixos ortotrópico é composto pela direcção de laminagem (DL), direcção transversal (DT) e direcção normal (DN). A figura 3.4 permite visualizar os eixos de ortotropia numa chapa plana laminada. Verifica-se que a DT é perpendicular à DL e DN é perpendicular ao plano da chapa.

O surgimento da anisotropia plástica deve-se ao facto de durante os processos de conformação de chapas, os grãos cristalinos individuais serem alongados na direcção da maior deformação de tracção. O alongamento é consequência do processo de escorregamento do material durante a deformação. Nos materiais policristalinos os grãos tendem a girar para alguma orientação limite devido a um confinamento mútuo entre grãos. Este mecanismo faz com que os planos atómicos e direcções cristalinas dos materiais com orientação aleatória (materiais

isotrópicos) adquiram uma textura (orientação preferencial) [CIMM]. Os materiais conformados tornam-se assim anisotrópicos.



**Figura 3.4** – Representação do sistema de eixos ortotrópico numa chapa laminada [Natal e Dinis 2004].

Normalmente, o modo de avaliar o grau de anisotropia das chapas quando deformadas plasticamente é através do coeficiente de anisotropia. Este pode ser obtido a partir de ensaios de tracção uniaxial efectuados sobre provetes retirados segundo várias direcções do plano da chapa. Por definição, o coeficiente de anisotropia ou coeficiente de Lankford,  $R$ , é definido como o quociente entre as deformações verdadeiras segundo a largura,  $\varepsilon_w$ , e segundo a espessura,  $\varepsilon_t$ , numa dada gama de deformação predefinida, como por exemplo até 20% de deformação. A equação que descreve o coeficiente de anisotropia é dada por [CIMM]

$$R = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t}. \quad (3.9)$$

No entanto, como a extensão segundo a espessura do provete é de difícil medição, é habitual considerar-se a conservação de volume,  $\varepsilon_t = -(\varepsilon_w + \varepsilon_l)$ , e definir o coeficiente de anisotropia da seguinte forma:

$$R = \frac{\varepsilon_w}{-(\varepsilon_w + \varepsilon_l)} = \frac{\ln(w_0/w_f)}{\ln(l_f w_f / l_0 w_0)}, \quad (3.10)$$

onde,  $w_0$  e  $w_f$  são as larguras inicial e final respectivamente e  $l_0$  e  $l_f$  são os comprimentos inicial e final, respectivamente. Realça-se que  $w_f$  e  $l_f$  têm que ser medidos antes do ponto de ruptura do material.

A partir dos coeficientes de anisotropia nas direcções DL, DT e a 45° de DL é possível definir dois parâmetros. A anisotropia normal,  $\bar{R}$ , e a anisotropia planar,  $\Delta R$ . As seguintes equações apresentam a formulação destes dois parâmetros [CIMM]:

$$\bar{R} = \frac{R_{0^\circ} + 2 \cdot R_{45^\circ} + R_{90^\circ}}{4} \quad (3.11)$$

e

$$\Delta R = \frac{R_{0^\circ} - 2 \cdot R_{45^\circ} + R_{90^\circ}}{2}. \quad (3.12)$$

A anisotropia normal,  $\bar{R}$ , evidencia-se quando as propriedades segundo a espessura são diferentes das que se obtêm no plano da chapa. Este parâmetro indica a capacidade da chapa metálica em resistir ao alongamento quando submetido a forças de tracção e/ou compressão no plano. Nos materiais para estampagem profunda é desejado um elevado valor de anisotropia normal, pois, em regra, quanto maior  $\bar{R}$  maior a razão limite de estampagem. Por outro lado, a anisotropia planar,  $\Delta R$ , indica a diferença de comportamento que o material pode apresentar no plano da chapa como função das diferentes direcções consideradas.

Verificou-se nas últimas décadas uma grande evolução e surgimento de uma grande diversidade de critérios anisotrópicos. Destes, destacam-se os seguintes: Hill (1948, 1979, 1990 e 1993), Bassani (1977), Hosford (1979), Budiansky (1984), Barlat *et al.* (1989, 1991, 1994, 1996, 2000, 2004 18-p e 2004 13-p), Karafilis e Boyce (1993), Vegter *et al.* (1998), Banabic *et al.* (2000), Cazacu e Barlat (2001), Bron e Benson (2004), entre outros [Alves 2003, Banabic 2010, Chaparro 2006, Habraken 2004].

De todos os critérios enunciados apenas se procederá à descrição dos critérios anisotrópicos das famílias de Hill e de Barlat *et al.* A justificação por tal opção prende-se com o facto de apenas os critérios de Hill 48 e Barlat 91 serem utilizados nos modelos de comportamento dos aços a identificar pelo processo de identificação de parâmetros nesta tese.

O critério de Hill (1948) considera estados de anisotropia ortotrópicos e resulta da adaptação do critério isotrópico de von Mises para anisotropia, tendo a seguinte formulação [Banabic 2010, Martins e Rodrigues 2005]:

$$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 2f(\sigma_{ij}), \quad (3.13)$$

em que,  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z$  são as tensões normais e as tensões de corte do tensor das tensões no sistema de eixos de ortotropia;  $f(\sigma_{ij})$  é a função de potencial plástico e  $F, G, H, L, M$  e  $N$  são os parâmetros de anisotropia de Hill 48. Quando os parâmetros  $F, G$  e  $H$  tomam o valor de 0.5 e os parâmetros  $L, M$  e  $N$  o valor de 1.5 a equação 3.13 reduz-se ao critério isotrópico de von Mises [Martins e Rodrigues 2005]. A identificação dos parâmetros deste critério, geralmente, reduz-se aos coeficientes  $F, G, H$  e  $N$ , pois, uma vez que em estampagem é utilizada chapa metálica, a identificação de parâmetros que envolvam ensaios fora do plano desta, como é o caso dos parâmetros  $L$  e  $M$ , é de difícil execução. Para caracterizar estes parâmetros é necessário realizar ensaios experimentais de corte nos planos  $oyz$  ou  $oxz$ . Deste modo, a aproximação comumente utilizada para os parâmetros  $L$  e  $M$  é a de considerar os seus valores em isotropia, ou seja,  $L=M=1,5$  [Chaparro 2006]. Quanto aos parâmetros a identificar, nomeadamente,  $F, G, H$  e  $N$ , basta recorrer a três ensaios de tracção uniaxial, respectivamente a  $0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$  da DL e a partir das tensões limite de elasticidade ( $\sigma_0, \sigma_{45}$  e  $\sigma_{90}$ ) ou dos coeficientes de anisotropia de Lanckford ( $R_0, R_{45}$  e  $R_{90}$ ) é possível estabelecer as seguintes relações [Alves 2003, Banabic 2010]:

$$H = G \cdot R_0 \quad (3.14)$$

$$F = \frac{H}{R_{90}} \quad (3.15)$$

$$G = \frac{1}{R_0 + 1} \quad (3.16)$$

$$N = \frac{1}{2} \frac{(R_0 + R_{90}) \cdot (2 \cdot R_{45} + 1)}{R_{90} \cdot (R_0 + 1)} \quad (3.17)$$

Ao longo dos últimos anos, o critério anisotrópico de Hill 48 tem sido largamente utilizado na simulação numérica de processos de conformação de chapa pelo método dos elementos finitos (MEF) porque além de ser teoricamente bem aceite, descreve a anisotropia inicial da chapa adequadamente e é de implementação fácil em MEF. Este critério necessita apenas de três ensaios de tracção uniaxial para determinar os parâmetros do material [Alves 2003, Banabic 2010, Habraken 2004].

Segundo Vial *et al.* [Vial *et al.* 1983], o critério anisotrópico de Hill (1948) traduz melhor o comportamento de materiais metálicos que apresentam um valor de anisotropia normal  $\bar{R}$  superior a 1. Assim, é possível deduzir que este critério se ajusta bem aos aços, pois geralmente possuem  $\bar{R} > 1$ . Contudo, para ligas de alumínio, em que  $\bar{R} < 1$ , este apresenta um fraco desempenho.

Foram também propostos outros critérios por Hill (em 1979, 1990 e 1993) com o objectivo de resolver algumas situações particulares. O critério de Hill (1979) foi sugerido com o intuito de possibilitar uma descrição mais adequada da superfície de plasticidade para materiais metálicos com estruturas CFC ou CCC. A expressão que traduz o critério de Hill 1979 é a seguinte [Alves 2003, Banabic *et al.* 2000, Habraken 2004]:

$$F|\sigma_y - \sigma_z|^a + G|\sigma_z - \sigma_x|^a + H|\sigma_x - \sigma_y|^a + A|2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z|^a + B|2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x|^a + C|2\sigma_z - \sigma_y - \sigma_x|^a = Y^a, \quad (3.18)$$

onde  $F, G, H, A, B, C$  são parâmetros de anisotropia,  $a$  é um expoente não inteiro e  $Y$  é a tensão limite de elasticidade. Este critério tem a limitação de não considerar as componentes de corte do tensor das tensões e de existir sobreposição entre os eixos de ortotropia e as direcções principais de tensão [Alves 2003]. Por isso, posteriormente, surgiu o critério de Hill (1990) que supera a limitação do critério de Hill (1979) mas que é apenas definido para estados planos de tensão. O critério de Hill (1990) apresenta a seguinte estrutura [Alves 2003, Habraken 2004]:

$$|\sigma_x + \sigma_y|^a + \frac{\sigma_b^a}{\tau^a} \cdot |\sigma_x - \sigma_y|^a + (\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^{\frac{a}{2}-1} \cdot [-2A(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + B(\sigma_x - \sigma_y)^2 \cdot \cos(2\beta)] = (2\sigma_b)^2, \quad (3.19)$$

onde  $\beta$  é o ângulo definido pelos eixos de ortotropia e pelas direcções das tensões principais,  $\sigma_b$  é a tensão limite de elasticidade biaxial,  $A$  e  $B$  são parâmetros do material e  $\tau$  é a tensão de cedência do ensaio de corte.

O último critério proposto por Hill (1993) surgiu com o propósito de modelar o comportamento anisotrópico de materiais que evidenciavam propriedades mecânicas peculiares como, mais especificamente, possuírem  $\sigma_0 = \sigma_{90}$  e  $R_0 \neq R_{90}$  ou o oposto,  $\sigma_0 \neq \sigma_{90}$  e  $R_0 = R_{90}$ . Este critério, tal como o critério Hill (1990), também está definido apenas para estado plano de tensão, sendo que apresenta a seguinte formulação [Banabic 2010, Habraken 2004]:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_0^a} - C \frac{\sigma_x \cdot \sigma_y}{\sigma_0 \cdot \sigma_{90}} + \frac{\sigma_y^a}{\sigma_{90}^a} + \left[ (A + B) - \frac{(A \cdot \sigma_x + B \cdot \sigma_y)}{\sigma_b} \right] \cdot \frac{\sigma_x \cdot \sigma_y}{\sigma_0 \cdot \sigma_{90}} = 1, \quad (3.20)$$

onde,

$$C = \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma_{90}^2} + \frac{1}{\sigma_b^2} \right) \cdot \sigma_0 \cdot \sigma_{90}; \quad (3.21)$$

$$A = \left[ \frac{2R_0 \cdot (\sigma_b - \sigma_{90})}{(1 + R_0) \cdot \sigma_0^2} - \frac{2R_{90} \cdot \sigma_b}{(1 + R_{90}) \cdot \sigma_{90}^2} + \frac{C}{\sigma_0} \right] \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{\sigma_0} + \frac{1}{\sigma_{90}} - \frac{1}{\sigma_b} \right)}; \quad (3.22)$$

$$B = \left[ \frac{2R_{90} \cdot (\sigma_b - \sigma_{90})}{(1 + R_{90}) \cdot \sigma_0^2} - \frac{2R_0 \cdot \sigma_b}{(1 + R_0) \cdot \sigma_{90}^2} + \frac{C}{\sigma_{90}} \right] \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{\sigma_0} + \frac{1}{\sigma_{90}} - \frac{1}{\sigma_b} \right)}. \quad (3.23)$$

Analisando todos os critérios propostos por Hill, conclui-se que sob o ponto de vista da simulação numérica 3D de processos de conformação de chapa, o critério de Hill (1948) é definitivamente o mais importante. Pois, além das vantagens que já lhe foram enumeradas, os outros três critérios apresentam grandes limitações: (i) todos necessitam do ensaio de expansão biaxial para a identificação dos seus parâmetros, (ii) são apenas para estado plano de tensão, ou (iii) apresentam sobreposição entre os eixos ortotrópicos e as direcções principais de tensão.

Quanto à família de critérios propostos por Barlat *et al.* apenas serão destacados e analisados os critérios de *Yld<sup>7</sup> 91*, *Yld2004-18p* e *Yld2004-13p*. Os restantes critérios (exceptuando *Yld89*) são evoluções do *Yld91*. No entanto, não está provada a convexidade para os critérios *Yld94* e *Yld96* e os critérios *Yld89* e *Yld2000* estão apenas definidos para estado plano de tensão.

O critério *Yld91* é uma extensão para anisotropia do critério isotrópico de Hershey e Hosford (apresentado anteriormente) aplicando uma transformação linear ao tensor das tensões. Basicamente, o método proposto por Barlat *et al.* para obter o critério *Yld91* consistiu no aproveitamento de uma superfície isotrópica e no uso de uma transformação linear do estado de tensão para conseguir descrever a superfície de plasticidade anisotrópica. Ou seja, este critério resulta da aplicação de uma transformação linear ao estado de tensão original que, por conseguinte, se transforma num estado de tensão equivalente, designado de estado plástico isotrópico equivalente, e que depois é introduzido no critério isotrópico de Hershey e Hosford [Alves 2003, Chaparro 2006]. O critério é dado pela seguinte expressão [Habraken 2004]:

<sup>7</sup> Denominação geralmente dada aos critérios de Barlat *et al.*



$$|S_1 - S_2|^a + |S_2 - S_3|^a + |S_3 - S_1|^a = 2Y^a, \quad (3.24)$$

com

$$\mathbf{S} = \mathbf{L} : \boldsymbol{\sigma}, \quad (3.25)$$

e

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{(C_2 + C_3)}{3} & \frac{-C_3}{3} & \frac{-C_2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-C_3}{3} & \frac{(C_3 + C_1)}{3} & \frac{-C_1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-C_2}{3} & \frac{-C_1}{3} & \frac{(C_1 + C_3)}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_6 \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

onde,  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são as tensões principais do tensor  $\mathbf{S}$  obtido após a aplicação da transformação linear ao tensor das tensões original,  $a$  é o expoente que controla a forma da superfície de plasticidade,  $Y$  é a tensão limite de elasticidade em tracção uniaxial,  $\mathbf{L}$  é um operador linear,  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor das tensões no eixo ortotrópico e por fim,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $C_5$  e  $C_6$  são os coeficientes que caracterizam a anisotropia.

De realçar que a transformação linear apresentada ( $\mathbf{S} = \mathbf{L} : \boldsymbol{\sigma}$ ) não é a originalmente proposta por Barlat *et al.* ( $\mathbf{S} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})$ ), mas sim uma adaptação proposta por Karifilis e Boyce [Chaparro 2006]. Esta adaptação, comparativamente à transformação linear de Barlat *et al.*, possui uma formulação mais abrangente relativamente ao tipo de simetria da anisotropia. Pois, além de permitir a modelação ortotrópica de anisotropia, também permite outros tipos, por exemplo, triangular, cúbica ou tetraédrica [Chaparro 2006]. Por esse motivo, a adaptação proposta por Karifilis e Boyce é que é geralmente utilizada.

No que concerne à identificação dos coeficientes do critério, constata-se que o expoente  $a$  pode assumir qualquer valor superior a 1, podendo, segundo Logan e Hosford (1980), utilizar-se os valores 6 ou 8 consoante a estrutura cristalográfica do metal seja CCC ou CFC, como já tinha sido referido anteriormente. Por outro lado, para os coeficientes  $C_4$  e  $C_5$ , normalmente, assume-se que o seu valor corresponde ao valor em isotropia, ou seja,  $C_4 = C_5 = 1$ , devido à elevada dificuldade em determinar a anisotropia fora do plano *oxy* para chapas laminadas. Assim, os coeficientes a determinar restringem-se a  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_6$  e são necessários pelo menos quatro ensaios experimentais para os identificar. Salienta-se que se  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $C_5$  e  $C_6$  tomarem o valor 1, o critério torna-se isotrópico. O critério *Yld91* caracteriza-se por ser geral, flexível e relativamente fácil de implementar em código do MEF [Banabic *et al.* 2000, Habraken 2004].

Por sua vez, o critério *Yld2004-18p* é um critério que utiliza a aplicação de duas transformações lineares em que a obtenção dos desviadores em cada uma dessas transformações lineares é efectuada por um tensor específico ( $\mathbf{T}$ ) [Chaparro 2006]. As transformações lineares são do tipo [Banabic 2010, Chaparro 2006]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{C} \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{C} \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} \boldsymbol{\sigma}, \quad (3.27)$$

onde os tensores  $\mathbf{C}$  ou  $\mathbf{L}$  contêm as constantes do modelo, o tensor  $\mathbf{T}$  é o tensor de transformação do tensor das tensões de Cauchy ( $\boldsymbol{\sigma}$ ) para o seu desviador ( $\tilde{\mathbf{s}}$ ) e o tensor  $\mathbf{S}$  é o tensor no estado plástico isotrópico equivalente. Assim, as duas transformações lineares podem ser escritas por [Banabic 2010, Chaparro 2006]:

$$\mathbf{S}' = \mathbf{C}' \tilde{\mathbf{s}}' = \mathbf{C}' \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}' \boldsymbol{\sigma} \quad (3.28)$$

e

$$\mathbf{S}'' = \mathbf{C}'' \tilde{\mathbf{s}}'' = \mathbf{C}'' \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}'' \boldsymbol{\sigma}, \quad (3.29)$$

em que os tensores de transformação  $\mathbf{C}'$  e  $\mathbf{C}''$  são iguais a:

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} 0 & -C'_{12} & -C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{21} & 0 & -C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{31} & -C'_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C'_{66} \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

e

$$\mathbf{C}'' = \begin{bmatrix} 0 & -C''_{12} & -C''_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C''_{21} & 0 & -C''_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -C''_{31} & -C''_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C''_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C''_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C''_{66} \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

e onde o tensor  $\mathbf{T}$  corresponde a

$$\mathbf{T} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Por fim, o critério  $Yd2004-18p$  é dado por [Banabic 2010]:

$$|S'_1 - S''_1|^a + |S'_1 - S''_2|^a + |S'_1 - S''_3|^a + |S'_2 - S''_1|^a + |S'_2 - S''_2|^a + |S'_2 - S''_3|^a + |S'_3 - S''_1|^a + |S'_3 - S''_2|^a + |S'_3 - S''_3|^a = 4Y^a, \quad (3.33)$$

em que  $S'_1$ ,  $S'_2$ ,  $S'_3$  e  $S''_1$ ,  $S''_2$  e  $S''_3$  são os valores principais de  $\mathbf{S}'$  e  $\mathbf{S}''$ , respectivamente,  $a$  é o expoente que controla a forma da superfície de plasticidade,  $Y$  é a tensão limite de elasticidade e

$C'_{12}, C'_{13}, C'_{21}, C'_{23}, C'_{31}, C'_{32}, C'_{44}, C'_{55}, C'_{66}, C''_{12}, C''_{13}, C''_{21}, C''_{23}, C''_{31}, C''_{32}, C''_{44}, C''_{55}, C''_{66}$ , são os 18 parâmetros do modelo a determinar. Este critério, devido à utilização de duas transformações lineares, possui um elevado número de parâmetros do modelo, e consequentemente, deve permitir ajustar melhor o comportamento mecânico do material. Contudo, identificar os 18 parâmetros do modelo requer uma grande quantidade de ensaios experimentais, nomeadamente, 7 ensaios de tracção uniaxial ( $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  e  $90^\circ$  com a DL) para se obter as tensões limite de elasticidade e os coeficientes de anisotropia em cada direcção, 1 ensaio de expansão biaxial para se obter a tensão limite de elasticidade biaxial e o coeficiente de anisotropia biaxial e mais quatro dados experimentais obtidos fora do plano da chapa (quatro tensões limite de elasticidade, duas em corte e as outras duas em tracção) [Banabic 2010].

Como se pode perceber, a utilização do critério *Yld2004-18p* torna-se difícil devido ao elevado número de ensaios experimentais necessários. Por essa razão, Barlat *et al.* simplificaram o critério passando apenas a ser necessário definir 13 parâmetros. O critério *Yld2004-13p* possui a seguinte forma [Banabic 2010]:

$$|S'_1 - S''_2|^a + |S'_2 - S''_3|^a + |S'_3 - S''_1|^a - [|S'_1|^a + |S'_2|^a + |S'_3|^a] + |S''_1|^a + |S''_2|^a + |S''_3|^a = 4Y^a, \quad (3.34)$$

e os tensores de transformação passam a ter menos coeficientes por determinar, sendo dados por:

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{21} & 0 & -C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C'_{66} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

e

$$\mathbf{C}'' = \begin{bmatrix} 0 & -C''_{12} & -C''_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C''_{21} & 0 & -C''_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C''_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C''_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C''_{66} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

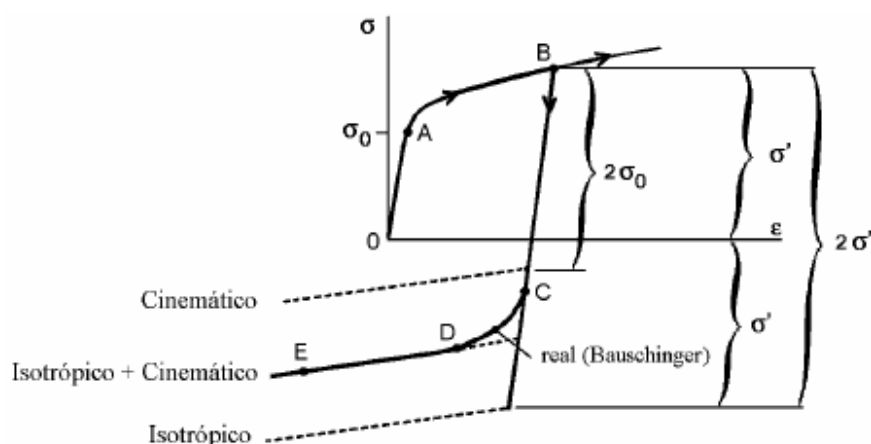
Apesar dos critérios *Yld2004* permitirem modelar de uma forma mais aproximada o comportamento mecânico dos metais, comparativamente ao critério *Yld91*, estes possuem grandes entraves à sua utilização: (i) necessitam de um grande número de ensaios experimentais para determinar os seus parâmetros e (ii) são de difícil implementação devido à complexidade da sua formulação [Banabic 2010, Chaparro 2006].

### 3.2.3 Leis de encruamento

A partir dos critérios de plasticidade é possível definir a superfície de plasticidade inicial. Contudo, durante a deformação plástica verifica-se que esta evolui, podendo alterar a sua posição, dimensão e/ou forma. Esta situação leva à necessidade de utilizar leis de evolução também designadas vulgarmente por leis de encruamento pois, quando associadas aos critérios de plasticidade, permitem uma actualização progressiva da superfície de plasticidade.

Segundo a teoria da plasticidade, as leis de encruamento dependem de variáveis internas do material. Esta teoria defende que a forma e a posição da superfície de plasticidade são função das alterações induzidas na textura e na microestrutura do material durante a deformação plástica e dependem da sua história de carregamento [Alves 2003, Andrade-Campos 2005].

A alteração da superfície de plasticidade pode ser decomposta por duas componentes: a componente isotrópica, a que corresponde a expansão ou contracção da superfície de plasticidade e a componente cinemática, que corresponde ao deslocamento da superfície de plasticidade no espaço das tensões. Realça-se que a componente cinemática permite descrever o comportamento de materiais com efeito Bauschinger. Este efeito, representado na figura 3.5, é característico de materiais que apresentam diminuição da tensão limite de elasticidade após inversão da trajectória de deformação [Natal e Dinis 2004].

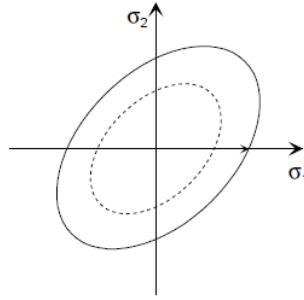


**Figura 3.5** – Esquemática do efeito Bauschinger no comportamento mecânico de um material devido à inversão da trajectória de deformação (tracção-compressão) [Alves 2003].

Normalmente, os materiais metálicos apresentam um encruamento que combina uma expansão isotrópica e um deslocamento rígido da superfície de plasticidade. Por isso, na simulação numérica de processos de conformação de chapa deve contemplar-se, se possível, as duas componentes de encruamento.

#### 3.2.3.1 Leis de encruamento isotrópico

As leis de encruamento isotrópico apenas permitem a expansão uniforme da superfície de plasticidade inicial, definida pelo critério de plasticidade. A figura 3.6 representa a evolução isotrópica da superfície de plasticidade. Nesta figura é possível verificar que a superfície de plasticidade mantém a sua posição original aumentando concentricamente o tamanho.



**Figura 3.6** – Evolução isotrópica pura da tensão limite de elasticidade no plano  $\sigma_1$ -  $\sigma_2$  [Chaparro 2006].

Várias leis de encruamento isotrópico foram propostas: Ludwick (1909), Prager (1938), Hollomon (1944), Swift (1947), Voce (1948) e Chaboche (1977) [Alves 2003, Chaparro 2006]. As leis de Swift e Voce são as leis que possuem maior destaque. A lei de Swift (1947) possui a seguinte forma:

$$Y = K \cdot (\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^{PL})^n \quad (3.37)$$

com

$$\varepsilon_0 = \left( \frac{Y_0}{K} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (3.38)$$

onde  $K$  é um parâmetro do material,  $n$  é o coeficiente de encruamento,  $Y_0$  é a tensão limite de elasticidade e  $\bar{\varepsilon}^{PL}$  é a deformação plástica equivalente. Esta lei é geralmente indicada para descrever a componente isotrópica da deformação de materiais que não apresentam saturação da tensão, como por exemplo, a generalidade dos aços [Alves 2003, Chaparro 2006].

A lei de Voce (1948) é formulada por:

$$Y = Y_0 + R_{sat} \cdot \left( 1 - e^{-C_y \cdot \bar{\varepsilon}^{PL}} \right) \quad (3.39)$$

com

$$R_{sat} = Y_{sat} - Y_0, \quad (3.40)$$

onde  $Y_0$  é a tensão limite de elasticidade,  $Y_{sat}$  e  $C_y$  são parâmetros do material e  $\bar{\varepsilon}^{PL}$  é a deformação plástica equivalente. A lei de Voce, por seu lado, é comumente utilizada para descrever a componente isotrópica da deformação de materiais que apresentam saturação da tensão, como é o caso da maioria dos alumínio [Alves 2003, Chaparro 2006].

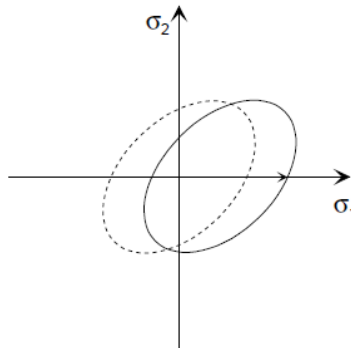
Outra lei de encruamento, adaptada a partir da lei de Voce, possui a seguinte forma [Simo 1988]:

$$\sigma_{VM}(\bar{\varepsilon}^{PL}) = \sigma_{VM}^0 + (\sigma_{VM}^\infty - \sigma_{VM}^0) \cdot \left[ 1 - e^{(-\delta \cdot \bar{\varepsilon}^{PL})} \right] + \zeta \cdot \bar{\varepsilon}^{PL} \quad (3.41)$$

onde  $\bar{\varepsilon}^{PL}$  é a deformação plástica equivalente,  $\sigma_{VM}^0$ ,  $\sigma_{VM}^\infty$ ,  $\zeta$  e  $\delta$  são parâmetros do material e  $\sigma_{VM}$  é a tensão. De realçar que,  $\sigma_{VM}^\infty$  deve ser superior a  $\sigma_{VM}^0$  (tensão limite de elasticidade) para se poder ter resultados fiáveis. Por outro lado, salienta-se ainda que esta lei produz bons resultados na caracterização do aço inoxidável AISI 304, como se pode ver no trabalho de Ponthot e Kleinerman [Ponthot e Kleinermann 2006].

### 3.2.3.2 Leis de encruamento cinemático

As leis de encruamento cinemático prevêm o deslocamento no espaço das tensões da superfície de plasticidade inicial, como ilustra a figura 3.7. Note-se, a partir da figura, que tanto a forma como a dimensão da superfície de elasticidade permanecem inalteradas. A componente cinemática do encruamento procura modelar fenómenos de comportamento presentes nos materiais metálicos tais como, o amaciamento transiente ou o efeito de Bauschinger [Alves 2003].



**Figura 3.7** – Evolução cinemática pura da tensão limite de elasticidade no plano  $\sigma_1$ -  $\sigma_2$  [Chaparro 2006].

As principais leis de encruamento cinemático foram propostas por Prager (1955), Ziegler (1959), Lemâitre e Chaboche (1985) e mais recentemente, Geng e Wagoner (2000) e Chun *et al.* (2002) [Alves 2003, Chaparro 2006, Habraken 2004].

O modelo cinemático de Chaboche pode ser dado por [Abaqus 2009]:

$$\dot{\mathbf{X}} = C \cdot \frac{1}{\sigma_0} \cdot (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) \cdot \dot{\bar{\varepsilon}}^{PL} - \gamma \cdot \mathbf{X} \cdot \dot{\bar{\varepsilon}}^{PL} + \frac{1}{C} \cdot \mathbf{X} \cdot \dot{C}, \quad (3.42)$$

onde  $C$  e  $\gamma$  são parâmetros do material,  $\sigma_0$  é a tensão limite de elasticidade,  $\dot{\bar{\varepsilon}}^{PL}$  é a taxa de deformação plástica equivalente,  $\mathbf{X}$  é o tensor das tensões inversas e  $\dot{C}$  é determinado pela taxa de variação de  $C$  em relação à temperatura. Esta equação é basicamente a lei de encruamento de Ziegler mas generalizada de forma a considerar os efeitos de amaciamento térmico e onde foi acrescentado o termo  $\gamma \cdot \mathbf{X} \cdot \dot{\bar{\varepsilon}}^{PL}$  que introduz a não linearidade na lei de evolução.

No entanto, neste trabalho, não se considerou a influência da temperatura, pelo que, a equação se reduz a:

$$\dot{\mathbf{X}} = C \cdot \frac{1}{\sigma_0} \cdot (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) \cdot \dot{\bar{\varepsilon}}^{PL} - \gamma \cdot \mathbf{X} \cdot \dot{\bar{\varepsilon}}^{PL}. \quad (3.43)$$

Realça-se que  $C$  corresponde ao módulo inicial de endurecimento cinemático e que  $\gamma$  determina a taxa a que o módulo de endurecimento cinemático diminui com o aumento de deformação plástica.

## 4 Identificação de Parâmetros

### 4.1 Introdução

Actualmente, devido à competitividade e a motivos de ordem económica, a indústria de processos de conformação de materiais metálicos é obrigada a reduzir custos, controlar a produção e produzir rapidamente [Abdessalem 2007]. Deste modo, para se conseguir melhorar a qualidade técnica dos produtos fabricados é necessário otimizar o processo.

A qualidade dos produtos depende de vários factores que afectam as suas características mecânicas e geométricas durante a sua produção. Assim, para elevar o patamar de qualidade tem-se recorrido à simulação numérica pelo método dos elementos finitos (MEF). Pois, além de estar completamente estabelecida têm-se desenvolvido continuamente técnicas complexas tais como: retorno elástico, hidroforming, superplasticidade, entre outras, para simular com maior precisão o comportamento de diferentes materiais.

Para se obter resultados com precisão no MEF é obrigatório uma introdução correcta dos dados de entrada, nomeadamente geometria, malha, leis de comportamento do material, forças, leis de atrito, etc. Este tipo de problemas pode ser definido de problemas directos, onde a qualidade dos resultados da simulação depende da qualidade dos dados de entrada [de-Carvalho *et al.* 2009]. No entanto, estes dados nem sempre estão disponíveis e dificilmente podem ser determinados por métodos de tentativa-erro. De forma a determinar dados de entrada é possível recorrer-se a problemas inversos, podendo esses dados serem de modelos constitutivos ou modelos geométricos.

Pode considerar-se duas categorias de problemas inversos, designadamente, a identificação de parâmetros e a optimização de forma/processo.

A categoria de optimização forma/processo em processos de conformação de chapa debruça-se na determinação da forma inicial óptima da chapa a ser conformada. Nos processos de conformação plástica a forma da geometria final pretendida é conhecida mas a forma da geometria inicial, que leva ao resultado final desejado, constitui uma incógnita. A existência de fenómenos como retorno elástico, distribuição não homogénea de tensões ou estricção influenciam geralmente os processos de conformação, sendo necessário, frequentemente, vários ajustes na geometria inicial da chapa. Este tipo de optimização permite substituir os

procedimentos tentativa-erro, normalmente demorados e dispendiosos. Habitualmente, estes procedimentos são efectuados através da realização de simulações numéricas sucessivas com diferentes valores para os parâmetros do processo.

A categoria de identificação de parâmetros consiste em determinar os parâmetros dos modelos de comportamento dos materiais. Na metodologia da determinação de parâmetros realizam-se ensaios experimentais que evidenciam o comportamento do material e reproduzem-se esses mesmos ensaios através da simulação numérica. Seguidamente compara-se os resultados obtidos pelas duas vias e procede-se a uma actualização dos parâmetros da lei de comportamento do material de modo a que os resultados da simulação numérica se aproximem o máximo possível dos resultados experimentais. Para isso, recorre-se a uma função objectivo que calcule a diferença entre estes dois conjuntos e a um método de optimização que minimiza essa diferença.

A metodologia de identificação de parâmetros de modelos de comportamento sofreu uma evolução ao longo do tempo, principalmente devido ao aumento da complexidade dos modelos de comportamento. Tal consequência levou a que uma determinação mais precisa dos valores desses parâmetros se transformasse num problema cada vez mais importante e generalizado da comunidade científica [Andrade-Campos *et al.* 2007, Kleiner mann 2000].

Até ao início dos anos de 1990, a determinação dos parâmetros constitutivos era realizada através de técnicas simples de ajuste de curvas que consideravam, normalmente, a hipótese de homogeneidade das tensões e deformações no provete [de-Carvalho *et al.* 2010, Ponthot e Kleiner mann 2006]. Contudo o surgimento de modelos de comportamento cada vez mais complexos inviabilizava este tipo de aproximação obrigando ao desenvolvimento de estratégias alternativas para identificar parâmetros.

Em 1991, Chaboche *et al.* [Chaboche *et al.* 1991] recorreu a um procedimento de tentativa-erro para identificar os parâmetros do material. Posteriormente, em 1992, Schnur e Zabar as [Schnur e Zabar as 1992] interligaram um programa de simulação de elementos finitos com um programa de optimização para a determinação dos parâmetros constitutivos. Em 1993, Cailletaud e Pilvin [Cailletaud e Pilvin 1993] generalizaram esta técnica para modelos de comportamento não linear. Mahnken e Stein [Mahnken e Stein 1996], bem como Gelin e Ghouati [Gelin e Ghouati 1996] também apresentaram contribuições importantes neste domínio.

## 4.2 Formulação do problema

Segundo Kleiner mann [Kleiner mann 2000], a modelação de uma lei de comportamento de um material é composta por 4 passos:

- 1) Inicialmente, procede-se à caracterização experimental através da realização de ensaios tecnológicos do material para evidenciar o seu comportamento mecânico. Nos ensaios tecnológicos realizados devem ocorrer os mesmos fenómenos que se pretendem simular.
- 2) Seguidamente, procede-se à selecção de um modelo matemático que descreva o comportamento do material.
- 3) O terceiro passo consiste em determinar o valor numérico dos parâmetros do material presentes no modelo matemático seleccionado, de modo a que este reproduza adequadamente o comportamento do material. Espera-se assim que a simulação



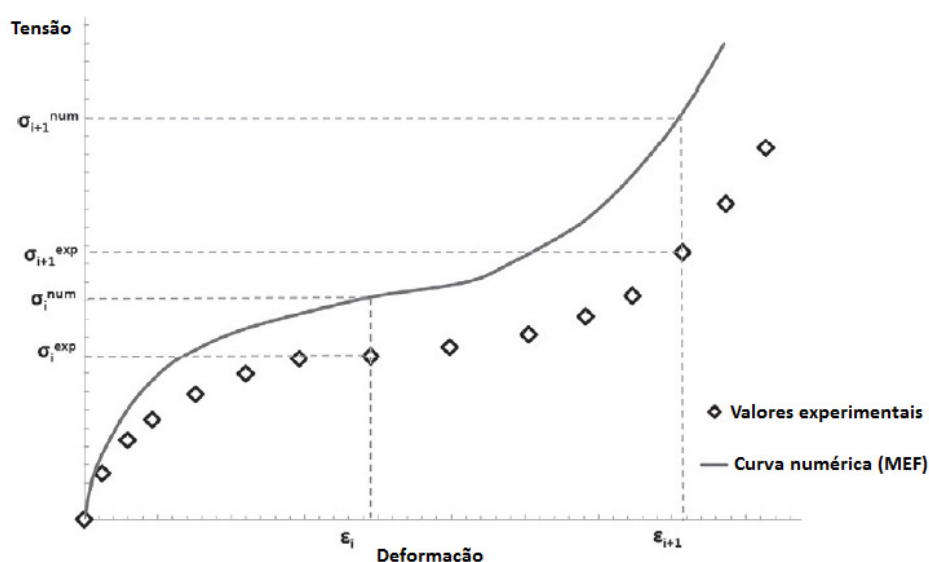
numérica possa ser a mais próxima possível da realidade. É nesta etapa que se resolve o problema inverso.

- 4) No último passo, segue-se a validação dos resultados obtidos, geralmente, através da comparação visual entre os resultados experimentais e os resultados obtidos na simulação numérica. Em ensaios tecnológicos, a comparação pode ser feita através da análise das curvas tensão-deformação obtidas experimental e numericamente. Contudo, uma validação sistemática recorrendo a outras experiências similares é importante para definir o domínio de validade do problema.

Salienta-se que o problema de identificação de parâmetros permite estabelecer uma comparação entre modelos de comportamento diferentes através de uma análise visual dos resultados obtidos. Deste modo, a identificação de parâmetros também permite seleccionar de entre os modelos considerados aquele que traduz melhor o comportamento mecânico do material analisado [Carvalho 2007, Kleinermann 2000].

A ideia chave da resolução dos problemas inversos de identificação de parâmetros é portanto: (i) simular numericamente a experiência física, (ii) calcular o erro, por intermédio de uma função objectivo, entre os resultados experimentais e os resultados obtidos na simulação e (iii) ajustar, repetidamente, o valor dos parâmetros do modelo de comportamento de modo a que o erro vá diminuindo até atingir um mínimo.

Os resultados experimentais utilizados neste tipo de problema são compostos por vários valores discretos que representam os pontos medidos. Na identificação de modelos de comportamento o conjunto de pontos experimentais expressa a relação tensão-deformação. A figura 4.1 apresenta a curva experimental discretizada através dos pontos experimentais e a curva obtida por simulação numérica.



**Figura 4.1** – Definição do erro entre as curvas tensão-deformação numérica e experimental [de-Carvalho et al. 2010].

Uma das funções de erro (função objectivo) geralmente mais utilizada consiste na soma dos quadrados da diferença entre os pontos experimentais considerados e os pontos correspondentes da curva numérica, como ilustra a figura 4.1. Deste modo, a função objectivo pode ser definida como:

$$S_{\text{obj}}(x) = \sum_{j=1}^{n \text{ curvas}} \frac{1}{n_j} \cdot \sum_{i=1}^{n \text{ pontos}} \left( \frac{\sigma_i^{\text{exp}} - \sigma_i^{\text{num}}(x)}{W_{\text{abs}}} \right)^2, \quad (4.1)$$

onde o numerador da equação é a diferença quadrática entre a tensão experimental e numérica para o ponto experimental  $i$ ,  $n_j$  é o número de pontos experimentais de cada ensaio e  $W_{\text{abs}}$  é um factor de ponderação que deve ser adaptado para o problema de identificação em estudo. Observando a expressão, verifica-se que se a correspondência entre as curvas numérica e experimental for perfeita a função objectivo é igual a zero. No entanto, na realidade isso é pouco provável de acontecer, pelo que o desejado é que a função objectivo tenha o menor valor possível. Realça-se que numa função objectivo ideal, a optimização de várias curvas, referentes a diferentes tipos de ensaios experimentais e com diferente número de pontos, o valor da função objectivo de cada curva deve ser independente do número de pontos da curva e deve estar uniformizado em termos de ordem de grandeza. Estas duas premissas são garantidas através do termo  $1/n_j$  que divide o valor da função objectivo pelo número de pontos experimentais e através do factor de ponderação  $W_{\text{abs}}$ , respectivamente.

### 4.3 Métodos de optimização

A abordagem de optimização é baseada em métodos numéricos pois estes permitem resolver problemas complexos e podem ser implementados com relativa facilidade. Neste tipo de abordagem, geram-se conjuntos de soluções que vão sendo sucessivamente aperfeiçoados através de iterações. O processo termina quando um critério de paragem é satisfeito. Este pode ser atingido pelo alcance de uma solução satisfatória ou do número máximo de iterações. Depreende-se, assim, que os métodos de optimização são métodos numéricos iterativos e que são responsáveis pela minimização do valor calculado pela função objectivo.

A existência de muitos mínimos locais na função objectivo dificulta o processo de optimização. Alguns dos métodos podem não encontrar o mínimo global da função objectivo, mas sim um mínimo local. Nos casos em que esta situação ocorre, a experiência do utilizador revela-se essencial para avaliar os resultados obtidos através do significado físico de cada parâmetro. Deste modo, a selecção do método de resolução do problema de optimização assume elevada importância porque este controla a eficiência do método de identificação [Cailletaud e Pilvin 1994].

Actualmente, os problemas inversos podem recorrer a um ou vários métodos de optimização e podem ser usadas várias estratégias, desde estratégias paralelas, em cascata ou híbridas (ver trabalhos de [de-Carvalho *et al.* 2010] e [Ponhot e Kleinermann 2006]). Os métodos de optimização podem ser divididos em duas grandes categorias: métodos clássicos baseados no gradiente e métodos heurísticos.

Os métodos baseados no gradiente caracterizam-se por utilizar a informação da derivada da função objectivo para actualizar a solução sucessivamente até o critério de paragem ser satisfeito. Os resultados obtidos por este tipo de algoritmos caracterizam-se por serem dependentes do conjunto inicial de parâmetros [Andrade-Campos *et al.* 2007], pois não possuem mecanismos que impeçam a convergência para mínimos locais. No entanto, estes algoritmos

possuem a vantagem de serem computacionalmente económicos. De entre os vários algoritmos baseados no gradiente destacam-se os seguintes: método do maior declive, método Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt, BFGS, métodos Quasi-Newton, etc. Para encontrar informações mais detalhadas sobre estes métodos consultar [Abdessalem 2007], [Chaparro 2006], [Kleiner mann 2000], [Ponhot e Kleiner mann 2006] e [Valente *et al.* 2010].

Dos métodos heurísticos destacam-se os algoritmos evolucionários. Estes são métodos de optimização probabilísticos baseados em mecanismos de evolução biológica, como a reprodução ou selecção natural. Estes algoritmos recorrem a uma população em que cada indivíduo pode ser uma possível solução.

Além das duas grandes categorias de métodos de optimização enunciadas, outra categoria, baseada em algoritmos de inteligência artificial, surgiu mais recentemente e tem sido estudada e implementada: as redes neuronais. Contudo, esta categoria não possui influência considerável nos problemas inversos de identificação.

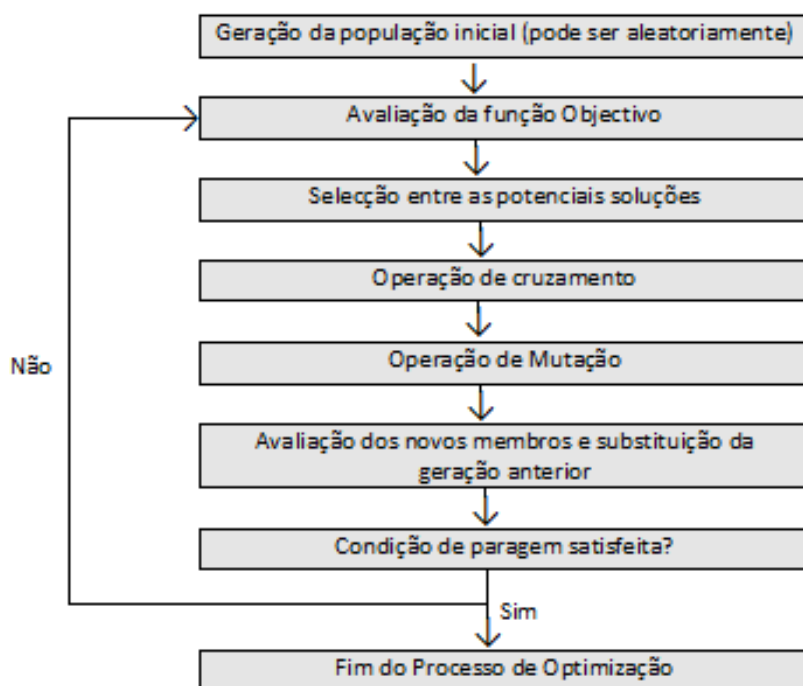
Seguidamente serão caracterizados os algoritmos de optimização que foram utilizados neste trabalho: (i) algoritmo baseado no gradiente composto pelo método do maior declive e o método de Lavenberg-Marquadt e (ii) um algoritmo evolucionário.

#### 4.3.1 Algoritmo evolucionário

Os algoritmos evolucionários baseiam-se na teoria da evolução de Darwin, a selecção natural [Coello 2002]. Este tipo de algoritmos funciona de acordo com o princípio de que, na Natureza, os indivíduos têm que se adaptar ao meio para sobreviver ao processo evolutivo. Deduz-se assim, que os indivíduos mais fortes têm uma maior probabilidade de sobreviver e de passar a sua informação genética a futuras gerações através da reprodução. Deste modo, as características dos indivíduos mais aptos são preservadas enquanto a informação dos indivíduos menos aptos tende a desaparecer durante o processo de selecção natural.

A analogia entre o mecanismo de selecção natural de Darwin e o processo de optimização foi inicialmente proposto por John Holland e levou ao desenvolvimento dos algoritmos evolucionários [Leal e Ramos 2002].

No contexto da identificação de parâmetros, a selecção natural traduz-se no algoritmo evolucionário partindo de um conjunto de possíveis soluções que corresponde à população inicial. Cada possível solução da população inicial representa um ponto de busca no espaço de potenciais soluções [Furukawa e Yagawa 1997]. Assim, para cada solução é calculada a função objectivo e com base nesta é feita a selecção, ou seja, são escolhidas as soluções que dão origem à nova população. A nova população é gerada numa operação designada de cruzamento. Segue-se a aplicação de um operador de mutação à nova população para determinar os novos espaços de pesquisa no domínio das soluções. Em cada novo ciclo, isto é, em cada geração, a população inicial corresponde à população criada na geração anterior. Este processo é repetido até que um critério de paragem seja satisfeito. A figura 4.2 apresenta a estrutura básica de um algoritmo evolucionário.



**Figura 4.2** – Estrutura básica de um algoritmo evolucionário.

Estes algoritmos caracterizam-se por serem métodos de optimização muito robustos [Furukawa e Yagawa 1997]. Esta propriedade deve-se essencialmente a dois aspectos:

- 1) Os algoritmos evolucionários iniciam a busca num conjunto de possíveis soluções ao contrário dos algoritmos baseados no gradiente que partem de apenas uma única possível solução;
- 2) Devido ao facto de ser unicamente necessário a informação do valor da função objectivo não sendo necessário utilizar a derivada, como acontece nos algoritmos de gradiente.

Estes aspectos são responsáveis por diminuir fortemente a possibilidade de convergência num mínimo local, sendo esta a principal vantagem destes métodos. No entanto, este tipo de algoritmos possui o grande inconveniente de requerer um número elevado de avaliações da função objectivo e, consequentemente, do tempo de cálculo ser muito elevado.

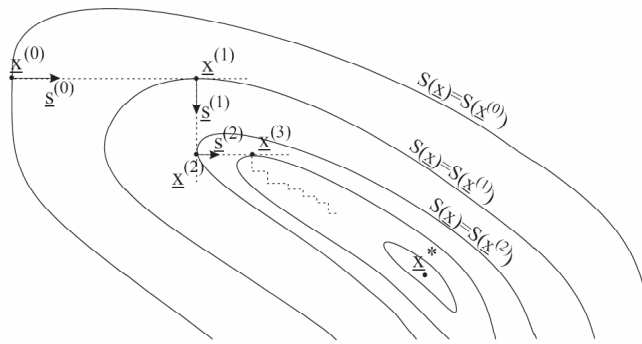
### 4.3.2 Algoritmo de Levenberg-Marquardt

Os métodos baseados no gradiente são conhecidos por serem excessivamente dependentes dos parâmetros dados como iniciais [Polak 1997]. Esta situação deve-se ao facto deste tipo de algoritmos estar formulado para recorrer à derivada da função objectivo, o que determina a convergência da função para um ponto estacionário, isto é, para um mínimo local. Apesar destes métodos serem objectivos e terem elevado desempenho, é necessário contornar este inconveniente.

Por isso, nos problemas de identificação, é possível recorrer-se ao acoplamento de vários tipos de algoritmos de identificação baseados no gradiente [Cailletaud e Pilvin 1994]. Deste modo, o algoritmo de gradiente utilizado neste trabalho é constituído por dois métodos:

- 1) o método do maior declive, que é utilizado no início do cálculo para melhorar a estimativa inicial dos parâmetros;
- 2) e o método de Levenberg-Marquardt que tem a finalidade de acelerar a convergência na fase final do processo de optimização.

O método do maior declive é um dos métodos mais simples de programação matemática e consiste em escolher como direcção descendente a que representa o maior declive. A figura 4.3 apresenta o trajecto efectuado por este método no domínio das variáveis de optimização. Verifica-se que cada avanço descendente é perpendicular à curva de isovalores da função objectivo no ponto considerado e que o mínimo obtido em cada iteração corresponde ao ponto tangente da direcção descendente com as curvas de isovalores. Este tipo de progressão na perpendicular torna o processo lento e pouco eficiente, limitando a velocidade de convergência do método.



**Figura 4.3** - Exemplo de minimização do método do maior declive [Kleinermann 2000].

O método de Levenberg-Marquardt consiste numa evolução do método clássico de Newton e é utilizado frequentemente com a finalidade de aumentar a convergência do algoritmo [Cailletaud e Pilvin 1994]. Este método utiliza derivadas de primeira e segunda ordem. O seu funcionamento consiste em partir de um dado ponto inicial e construir uma aproximação quadrática da função objectivo correspondente aos valores de primeira e segunda ordem da derivada nesse ponto. Seguidamente esta função quadrática aproximada é minimizada e o mínimo será usado como ponto de partida no próximo passo, sendo o procedimento repetido iterativamente [Chong e Zak 2001].

A lei de actualização das variáveis de optimização ao longo das iterações pelo método de Levenberg-Marquardt é dada pela resolução do seguinte sistema [Caseiro 2009]:

$$(\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} + \lambda_{LM} \cdot \mathbf{I}) \cdot \delta \mathbf{x} = \mathbf{J}^T \cdot (u^{MEF}(x^{(k)}) - u^{exp}), \quad (4.2)$$

com

$$\delta \mathbf{x} = (x^{(k+1)} - x^{(k)}), \quad (4.3)$$

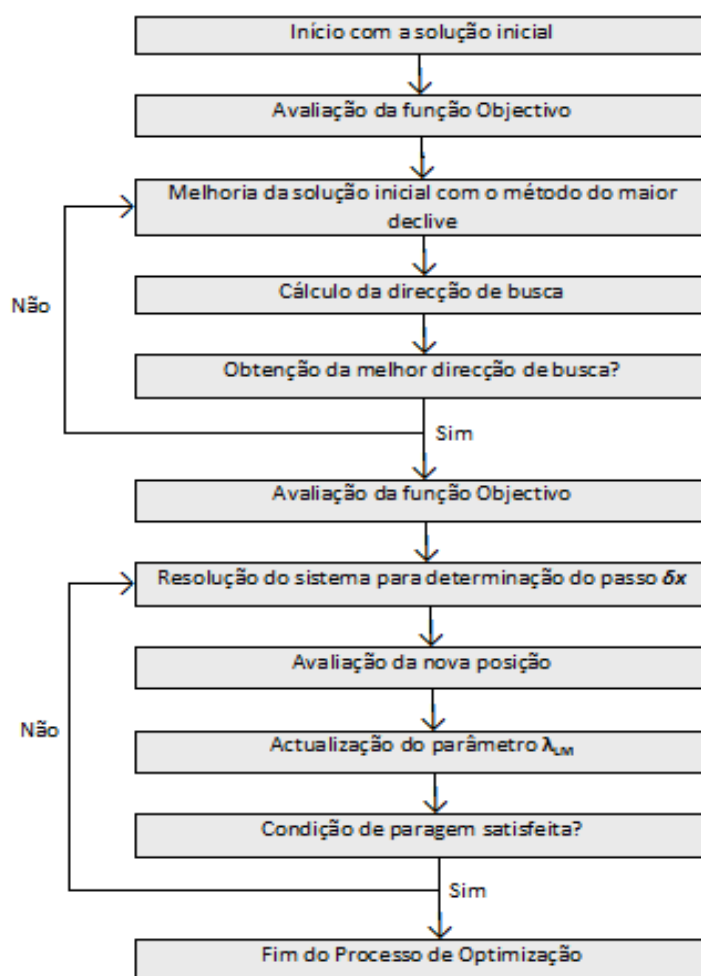
em que  $\mathbf{J}$  é a matriz Jacobiana,  $\lambda_{LM}$  é o parâmetro de Levenberg-Marquardt,  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade,  $u^{exp}$  corresponde ao ponto experimental,  $u^{MEF}$  corresponde ao ponto obtido na simulação numérica da iteração  $k$  e  $\delta \mathbf{x}$  corresponde ao passo dado pelo algoritmo em cada iteração.

O parâmetro  $\lambda_{LM}$  promove diferentes comportamentos no método, pois influencia a direcção e tamanho do passo  $\delta x$  do algoritmo [Lourakis 2005]. Se  $\lambda_{LM} > 0$  o passo  $\delta x$  aponta uma direcção de descida, em que: se os valores de  $\lambda_{LM}$  forem elevados o algoritmo realiza movimentos pequenos na direcção máxima de descida (o tamanho do passo  $\delta x$  é reduzido), e se os valores de  $\lambda_{LM}$  forem pequenos, o algoritmo consegue uma convergência quadrática (o tamanho do passo  $\delta x$  é elevado).

Quando o passo conduz a um novo valor da função objectivo inferior ao actual, a iteração é convergente e passa-se à iteração seguinte. Porém, se a iteração não convergir, o valor de  $\lambda_{LM}$  é aumentado e o sistema de equações é resolvido novamente. O processo de iteração termina quando não for possível minimizar mais a função objectivo ou se for atingido o número máximo de iterações.

O método de Levenberg-Marquardt pode considerar-se adaptativo, visto que permite alternar entre uma descida lenta quando afastado de um mínimo e uma convergência veloz quando na vizinhança de um mínimo [Caseiro 2009].

O esquema do algoritmo de gradiente utilizado neste trabalho e que contempla os dois métodos acima descritos é apresentado na figura 4.4.



**Figura 4.4** – Estrutura básica do algoritmo de gradiente utilizado.

# Parte II

## Resultados, Validação e Discussão





## 5 Caracterização Experimental de Aços de Alto Desempenho

### 5.1 Introdução

Como já foi referido, para poder realizar simulações numéricas de processos de conformação torna-se essencial, previamente, realizar ensaios tecnológicos que permitam caracterizar o material metálico a simular e seleccionar um modelo constitutivo.

O sucesso da identificação de parâmetros de modelos de comportamento depende de uma boa base de informação experimental. Como a função objectivo a minimizar é a diferença entre os valores obtidos pelo modelo matemático e os valores observados experimentalmente, estes últimos são a referência durante todo o processo de identificação.

Neste trabalho caracteriza-se experimentalmente um aço inoxidável AISI 304\*<sup>8</sup> através de ensaios de tracção uniaxial e ensaios de corte simples. No entanto, também se apresenta curvas experimentais de aços *dual-phase* DP 600, DP 780, DP 780-HY e DP 980 bem como de um aço *TWIP* 940 e de dois aços inoxidáveis AISI 304 e AISI 316L. As curvas destes aços foram obtidas recorrendo à bibliografia.

Realça-se que, apesar de se caracterizar um aço inoxidável AISI 304\* experimentalmente, também se procede à apresentação de um aço AISI 304 obtido da bibliografia. Este último, apresenta uma composição química diferente e apresenta ensaios de corte com inversão de trajectória. Os ensaios de corte com inversão descrevem o encruamento cinemático. Deste modo, para este aço são determinados os parâmetros de um modelo de encruamento que combina as duas componentes. Para o aço AISI 304\* apenas se determinam os parâmetros de um modelo de encruamento isotrópico.

Todos os aços caracterizados nesta secção são alvo de identificação de parâmetros de modelos de comportamento.

---

<sup>8</sup> Este aço foi designado com \* porque foi sujeito a um tratamento termomecânico não especificado.

## 5.2 Análise experimental do aço AISI 304\*

O aço inoxidável AISI 304\* foi produzido pela metalúrgica POSCO através de um processo termomecânico que não foi revelado. Este material foi recebido sob a forma de uma chapa laminada com espessura de 1mm. A sua composição química é apresentada na tabela 5.1. Este aço possui um módulo de elasticidade  $E=190$  GPa e um coeficiente de poisson  $\nu=0,29$ .

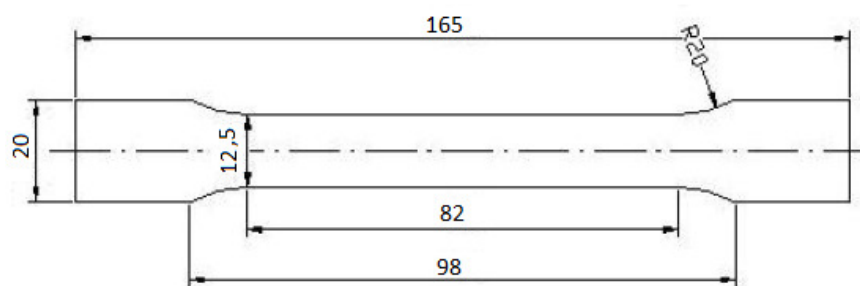
**Tabela 5.1** – Composição química (% em peso) do aço AISI 304\*.

Cr	Ni	Mn	C	Si	N	Fe
18.2	8.05	1.0	0.052	0.035	0.035	72.628

### 5.2.1 Ensaios de tracção

A facilidade de execução e a reprodutibilidade tornam o ensaio de tracção num dos ensaios mais utilizados e importantes na caracterização experimental dos materiais. Este ensaio consiste em exercer uma força sobre um provete padronizado provocando o seu alongamento.

Para a realização dos ensaios de tracção cortaram-se provetes a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  da direcção de laminagem com a geometria apresentada na figura 5.1.



**Figura 5.1** – Geometria do provete de tracção utilizado.

Os resultados obtidos nestes ensaios são apresentados sob a forma de curvas tensão-deformação nominal e curvas tensão-deformação real. A tensão e a deformação nominal são calculadas pelas seguintes equações, respectivamente:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (5.1)$$

e

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad (5.2)$$

onde  $l_0$  é o comprimento inicial do provete,  $A_0$  é a área inicial do provete,  $F$  é a força aplicada e  $l$  é o comprimento do provete ao longo do ensaio. Neste caso, a tensão e a deformação são calculadas partindo sempre das dimensões iniciais do provete. Contudo, esta análise não reflecte correctamente o comportamento real do material porque as deformações não são aditivas e a área da secção transversal do provete varia com a deformação plástica. Deste modo, a tensão e a

deformação devem ser calculadas tendo em conta as dimensões instantâneas do provete. Por isso, determina-se a curva tensão-deformação real, por:

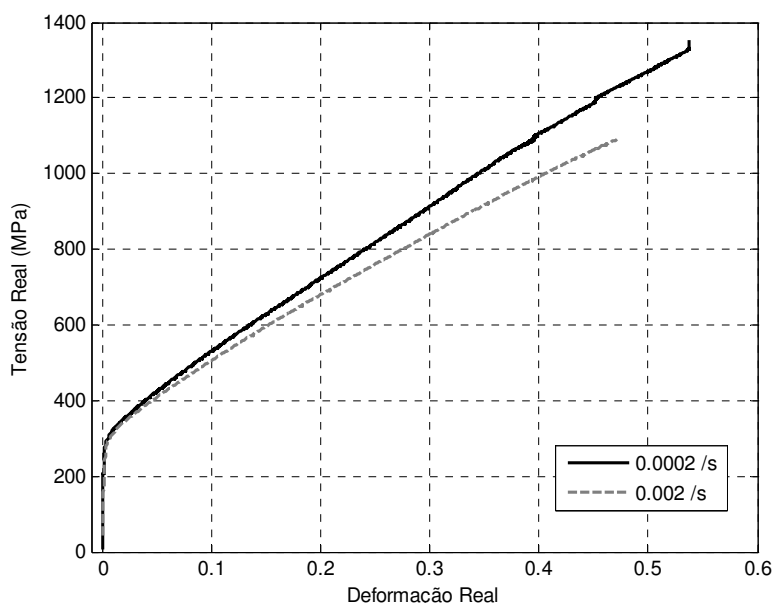
$$\sigma_{\text{real}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{l}{l_0} = \sigma \cdot (1 + e) \quad (5.3)$$

e

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln(1 + e), \quad (5.4)$$

em que  $\sigma_{\text{real}}$  corresponde à tensão real e  $\varepsilon$  à deformação real.

Os ensaios de tracção foram realizados com uma velocidade da amarra de 10 mm/min, o que resulta numa velocidade de deformação média de  $\dot{\varepsilon}=0.002 \text{ s}^{-1}$ . Também se realizaram ensaios com velocidade da amarra de 1 mm/min equivalente a  $\dot{\varepsilon}=0.0002 \text{ s}^{-1}$  com provetes a 0° da DL com o intuito de averiguar a influência da velocidade de deformação dos ensaios de tracção para este material. A figura 5.2 apresenta as curvas de tensão-deformação real na DL com as duas velocidades de deformação.

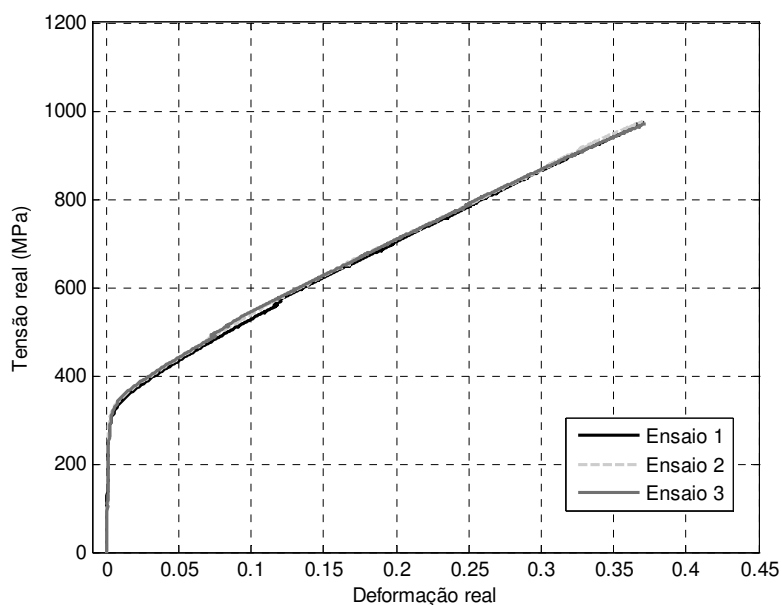


**Figura 5.2** – Curvas de tensão-deformação obtidas para os ensaios de tracção realizados na DL com as duas velocidades de deformação.

Verifica-se que, para este aço, a velocidade de deformação utilizada influencia consideravelmente o desempenho mecânico do aço.

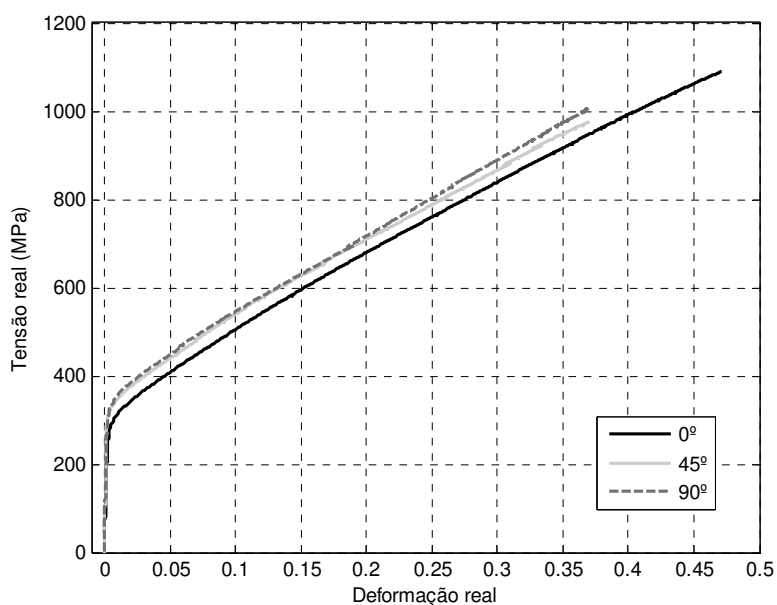
Realça-se que para os ensaios de tracção a 0° da DL se utilizou uma câmara numérica de alta resolução para medir as deformações. Contudo, recorreu-se ao extensómetro mecânico para os restantes ensaios de tracção bem como para todos os ensaios de corte simples.

Para assegurar a existência de uma boa reprodutibilidade das experiências, procedeu-se à realização de 3 ensaios experimentais para cada direcção considerada. A figura 5.3 permite constatar essa boa reprodutibilidade nos ensaios de tracção efectuados.



**Figura 5.3** – Curvas de tensão-deformação dos ensaios de tracção realizados a 45° com  $\dot{\epsilon} = 0.002 \text{ s}^{-1}$ .

Seguidamente, apresenta-se na figura 5.4 as curvas tensão-deformação real para 0°, 45° e 90° com a DL, obtidas para o aço AISI 304\*, com a velocidade de deformação de  $\dot{\epsilon}=0.002 \text{ s}^{-1}$ .



**Figura 5.4** – Curvas de tensão-deformação em tracção do aço AISI 304\* com  $\dot{\epsilon} = 0.002 \text{ s}^{-1}$ .

Pela análise da figura 5.4 é possível observar que para as direcções de 45° e 90° o material comporta-se praticamente da mesma forma.

Relativamente aos coeficientes de anisotropia, estes foram calculados com base na equação 3.10 e são apresentados na tabela 5.2. Nesta tabela também constam os parâmetros de anisotropia normal e planar, calculados a partir das equações 3.11 e 3.12, respectivamente.

**Tabela 5.2** - Coeficientes e parâmetros de anisotropia do aço AISI 304\*.

$R_0$	$R_{45}$	$R_{90}$	$\bar{R}$	$\Delta R$
0.984	1.669	1.129	1.363	-0.612

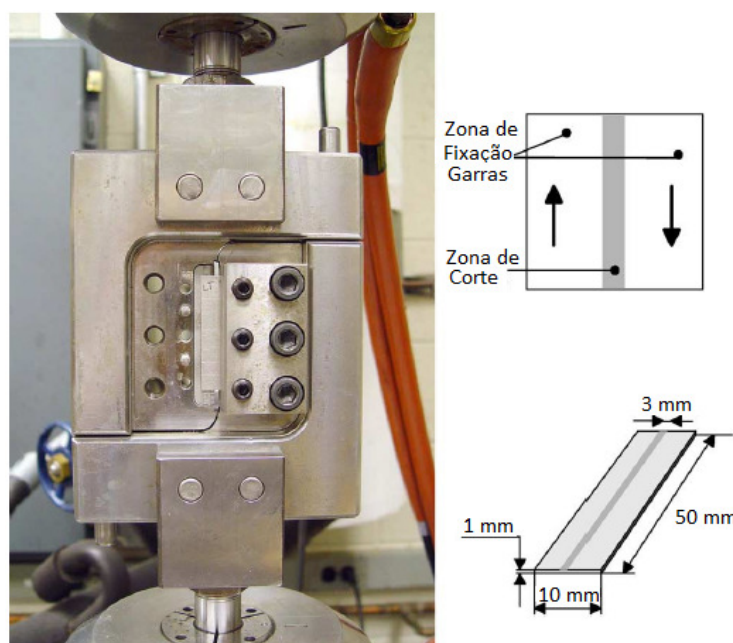
### 5.2.2 Ensaios de corte simples

O ensaio de corte simples pode ser executado numa máquina clássica de tracção usando um dispositivo dedicado para o efeito. Este ensaio possui inúmeras vantagens quando comparado com o ensaio de tracção. Estas são [Rauch 1998]:

- 1) usar provetes de geometria simples que podem ser obtidos das mesmas chapas que os provetes de tracção;
- 2) atingir níveis de deformação maiores do que em tracção, devido à ausência de deformação localizada (zona de estricção);
- 3) ter deformação homogénea quase na totalidade da secção do provete de corte;
- 4) efectuar a inversão da trajectória de corte, o que possibilita a caracterização do encruamento cinemático e do efeito de Bauschinger.

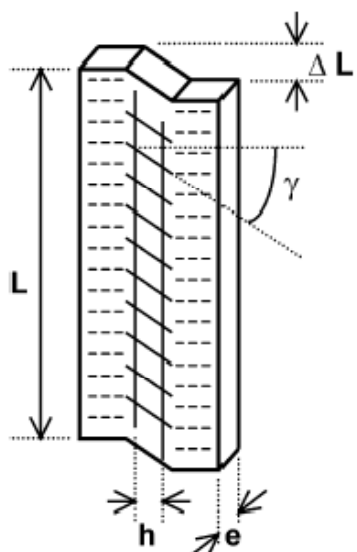
Por outro lado, este tipo de ensaio possui o inconveniente da razão entre o comprimento, a largura e a espessura da zona de corte dever ser escolhida de modo a obter um estado de tensão homogéneo e a evitar flambagem [Thuillier e Manach 2008].

O dispositivo para a realização dos ensaios de corte foi projectado para impor o deslocamento paralelo de duas garras laterais que fixam um provete com formato rectangular. Entre as duas fixações do provete existe uma área, denominada zona útil de corte, que será solicitada. A figura 5.5 mostra o dispositivo utilizado para ensaios de corte e também a geometria do provete utilizado. O provete possui as dimensões de 50x10 mm<sup>2</sup> com uma espessura de 1mm e uma zona de corte com largura de 3mm.



**Figura 5.5** – Dispositivo específico para efectuar ensaios de corte e geometria do provete [Yoon *et al.* 2005].

Neste tipo de ensaio obtém-se a curva que relaciona a tensão e a deformação de corte. A figura 5.6 esquematiza um provete deformado e neste estão assinaladas as dimensões utilizadas para determinar a tensão e a deformação de corte.



**Figura 5.6** – Representação das dimensões relevantes para a determinação da deformação e tensão de corte [Grácio *et al.* 2003].

A tensão de corte,  $\tau$ , obtém-se dividindo a força aplicada pela área transversal de corte ( $L.e$ ), enquanto a deformação de corte,  $\gamma$ , se obtém dividindo o deslocamento do provete no sentido do comprimento pela largura da zona útil de corte. As equações que permitem calcular a tensão e a deformação de corte são:

$$\tau = \frac{F}{L.e} \quad (5.5)$$

e

$$\gamma = \frac{\Delta L}{h}. \quad (5.6)$$

No entanto, é importante referir que se deve proceder à marcação do provete com linhas horizontais, como exemplificado na figura 5.6, de modo a que se possa medir efectivamente o valor da deformação final sofrida pelo provete. Pois, apesar de se exercer um aperto suficiente para fixar devidamente o provete, durante o ensaio, pode ocorrer algum tipo de escorregamento entre o provete e as garras de fixação. Assim, o deslocamento final medido pelo extensómetro não coincide com o deslocamento efectivamente medido no provete. Deste modo, no final do ensaio, deve-se relacionar os valores de deformação medida pela máquina com a deformação final medida directamente no provete, fazendo corresponder o deslocamento final da máquina ao deslocamento medido no provete. Assim, os valores de deformação de corte calculados pela máquina serão corrigidos e irão definir correctamente a curva de tensão-deformação do ensaio de corte. Para medir o deslocamento final no provete pode-se recorrer a um projector de perfil, figura 5.7, ou a um microscópio.

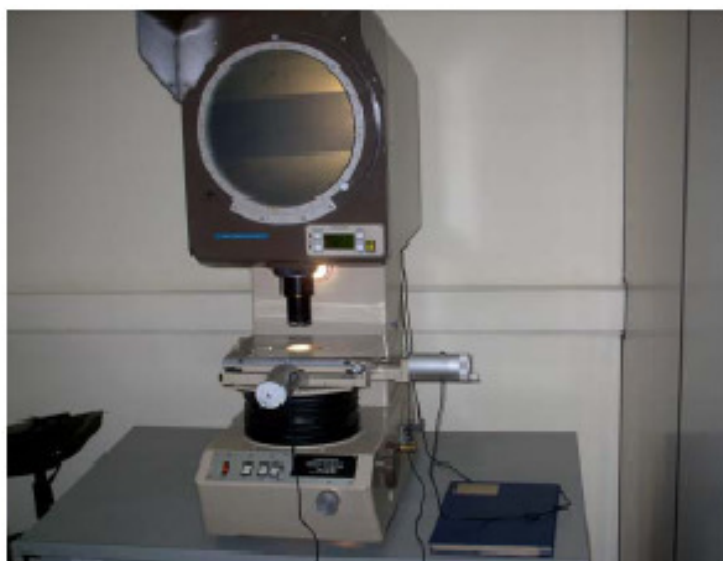


Figura 5.7 – Exemplo de um projector de perfil.

Os ensaios de corte foram realizados para as direcções de 0°, 45° e 90° com a DL, sendo efectuados 3 experiências em cada direcção para atestar a reprodutibilidade dos ensaios. A velocidade da garra utilizada foi de 0.5 mm/min, o que se traduz numa velocidade de deformação  $\dot{\epsilon}=0.0028 \text{ s}^{-1}$ . A figura 5.8 apresenta as curvas de tensão-deformação de corte nas 3 direcções consideradas.

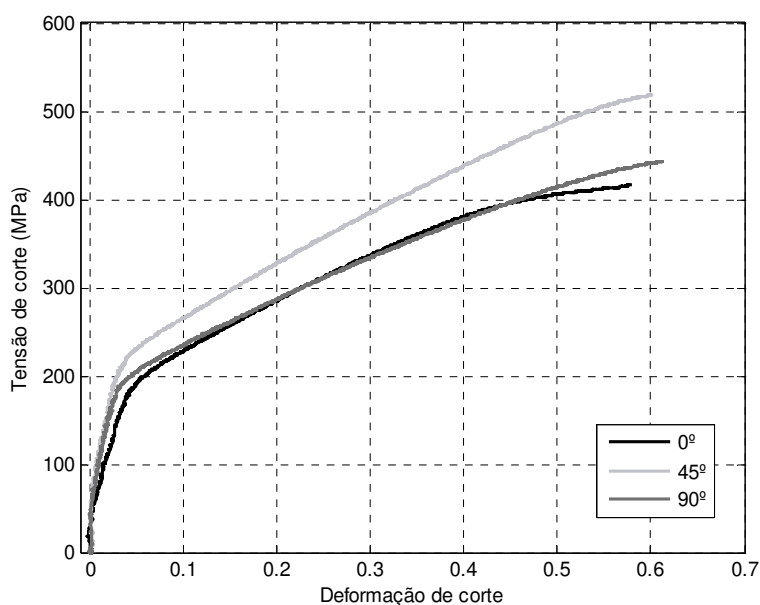


Figura 5.8 – Curvas de tensão-deformação de corte do aço AISI 304\* com  $\dot{\epsilon}= 0.0028 \text{ s}^{-1}$ .

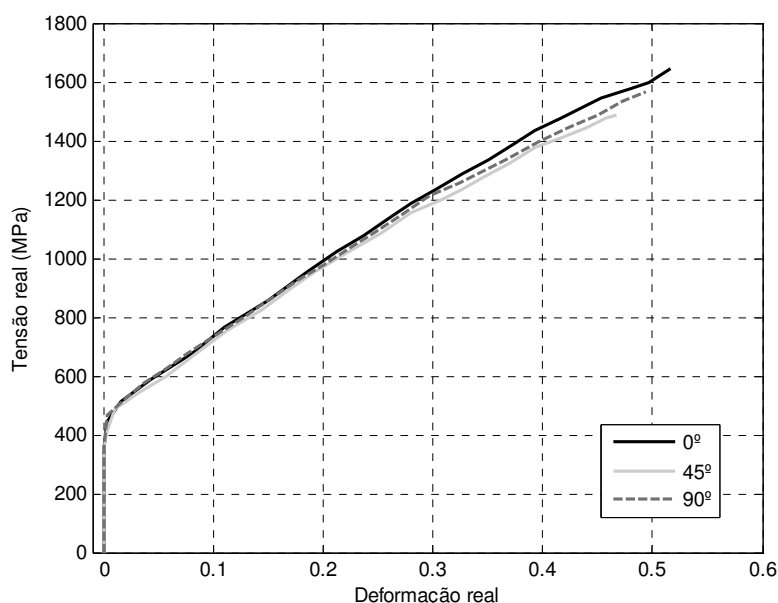
### 5.3 Caracterização do aço TWIP 940

Os ensaios experimentais realizados para este aço foram efectuados por Chung *et al.* [Chung *et al.* 2010]. A figura 5.9 apresenta as curvas de tensão-deformação real obtidas em tracção para

provetes orientados a 0°, 45° e 90° com a DL, tendo sido usada uma velocidade de deformação constante de  $\dot{\epsilon}=0.001 \text{ s}^{-1}$ . Este material apresenta um módulo de elasticidade  $E=190 \text{ GPa}$  e um coeficiente de poisson  $\nu=0.29$ . Na tabela 5.3 são discriminados os coeficientes de anisotropia.

**Tabela 5.3** – Coeficientes e parâmetros de anisotropia do aço TWIP 940.

$R_0$	$R_{45}$	$R_{90}$	$\bar{R}$	$\Delta R$
0.816	1.188	1.339	1.133	-0.111



**Figura 5.9** – Curvas tensão-deformação em tracção do aço TWIP 940 com  $\dot{\epsilon}=0.001 \text{ s}^{-1}$ .

## 5.4 Caracterização dos aços DP 600, DP780, DP780-HY e DP980

A caracterização mecânica dos aços *dual-phase* seleccionados para este trabalho é composta por diferentes tipos de ensaios experimentais, visto que, em função da bibliografia pesquisada, se retirou os ensaios que esta disponibilizava.

O aço DP 600 apresenta as curvas tensão-deformação na DL para tracção, corte e corte com inversão de trajectória a 10, 20 e 30% de deformação. Estes ensaios foram realizados por Haddadi *et al.* [Haddadi *et al.* 2006]. A figura 5.10 apresenta as curvas tensão-deformação obtidas para este aço. Este possui  $E=210 \text{ GPa}$  e  $\nu=0.30$ . Realça-se que os ensaios de corte com inversão de trajectória também são vulgarmente denominados de ensaios Bauschinger.

Os ensaios experimentais exibidos na figura 5.11 correspondem a ensaios de tracção a 0°, 45° e 90° com a DL dos aços DP 780 e DP 980 e foram efectuados por Wu e Bahmanpour [Wu e Bahmanpour 2010]. Estes materiais possuem  $E=210 \text{ GPa}$  e  $\nu=0.30$ . Na tabela 5.4 são listados os coeficientes de anisotropia de ambos os aços bem como a anisotropia normal e planar.

O último aço *dual-phase* apresentado corresponde ao aço DP 780-HY. Este tipo de aço é sujeito a um tratamento térmico de endurecimento, pelo que as suas propriedades diferem do aço DP 780 anteriormente apresentado. A caracterização mecânica do DP 780-HY é feita através de 3 ensaios de tracção, figura 5.12, realizados por Nasser *et al.* [Nasser *et al.* 2009]. Este aço



possui  $E=210$  GPa e  $\nu=0.30$ . Na tabela 5.4 são definidos os seus coeficientes de anisotropia obtidos.

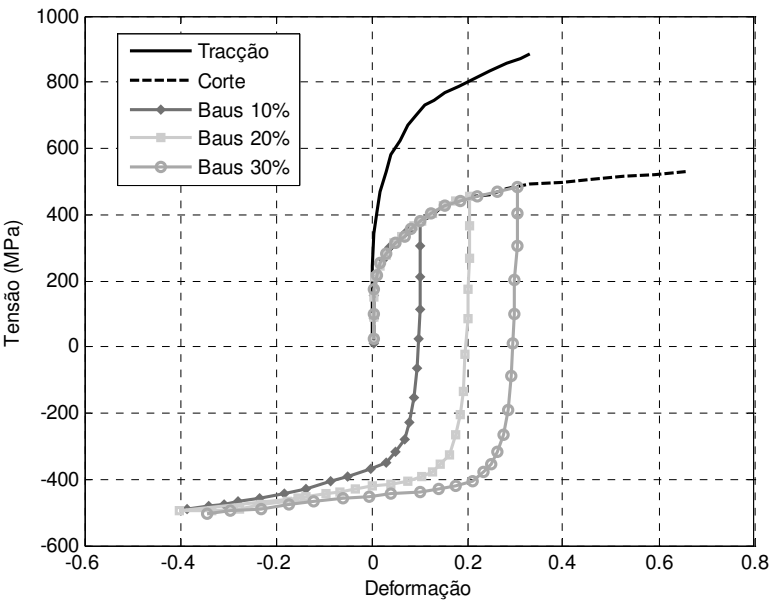


Figura 5.10 – Curvas tensão-deformação na DL do aço DP600.

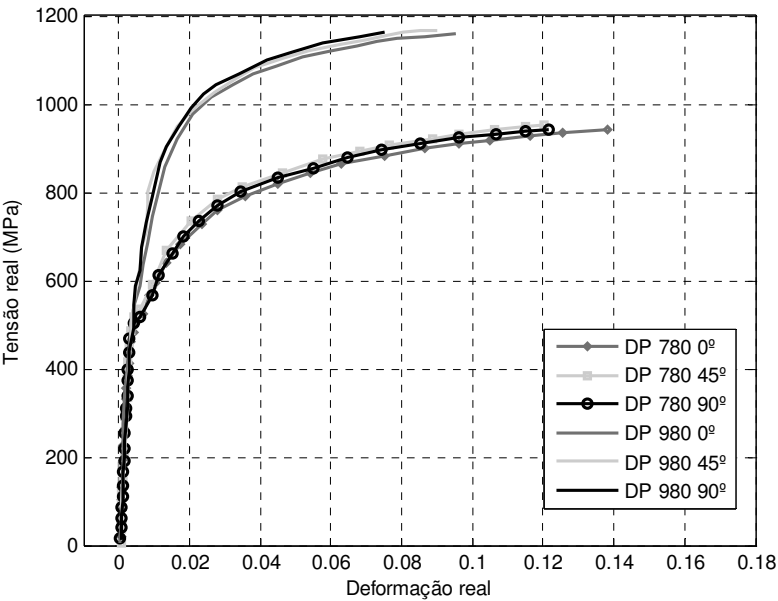
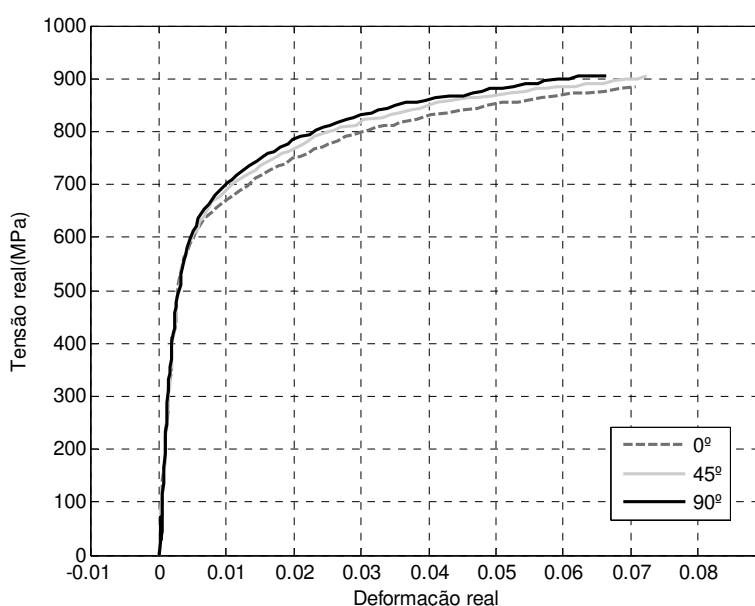


Figura 5.11 – Curvas de tensão-deformação em tracção dos aços DP 780 e DP 980.

Tabela 5.4 – Coeficientes e parâmetros de anisotropia dos aços DP 780, DP 980 e DP 780-HY.

	$R_0$	$R_{45}$	$R_{90}$	$\bar{R}$	$\Delta R$
DP 780	1.07	0.80	1.07	0.935	0.27
DP 980	1.10	0.73	0.93	0.87	0.29
DP 780-HY	0.843	1.108	0.931	0.998	-0.221



**Figura 5.12** – Curvas de tensão-deformação em tração do aço DP 780-HY.

## 5.5 Caracterização dos aços inoxidáveis AISI 304 e AISI 316L

Os ensaios experimentais dos aços inoxidáveis AISI 304 e AISI 316L que são aqui apresentados foram efectuados por Gallé [Gallé 2005]. A caracterização experimental de ambos os aços é composta por ensaios de tração e corte simples nas direcções de 0°, 45° e 90° com a DL e por 3 ensaios de Bauschinger, nomeadamente, a 10, 20 e 30% de deformação. Deste modo, cada aço inoxidável é caracterizado por 9 ensaios experimentais, o que do ponto de vista da caracterização do material e da identificação de parâmetros, permite uma determinação mais eficiente pois existe uma melhor reprodução do comportamento mecânico destes materiais.

Apesar de se ter efectuado a análise experimental de um aço AISI 304\* na secção 5.2, caracteriza-se também nesta secção um aço do mesmo tipo. O aço AISI 304 desta secção possui mais ensaios experimentais, particularmente, os ensaios de Bauschinger. Além disso, também possui uma composição química diferente. Na tabela 5.5 é possível ver a composição química dos aços inoxidáveis apresentados nesta secção.

**Tabela 5.5** – Composição química (% em peso) dos aços AISI 304 e AISI 316L.

	Cr	Ni	Mn	C	Si	Mo	Fe
AISI 304	18.3	9.2	1.5	0.04	0.5	0.18	70.28
AISI 316L	17.5	11.2	1.5	0.03	0.5	2.25	67.02

Os aços AISI 304 e AISI 316L possuem  $E=190$  GPa e  $\nu=0.29$  e são caracterizados pelas curvas tensão-deformação expostas na figura 5.13 e 5.14, respectivamente. Na tabela 5.6 apresenta-se os seus coeficientes de anisotropia.

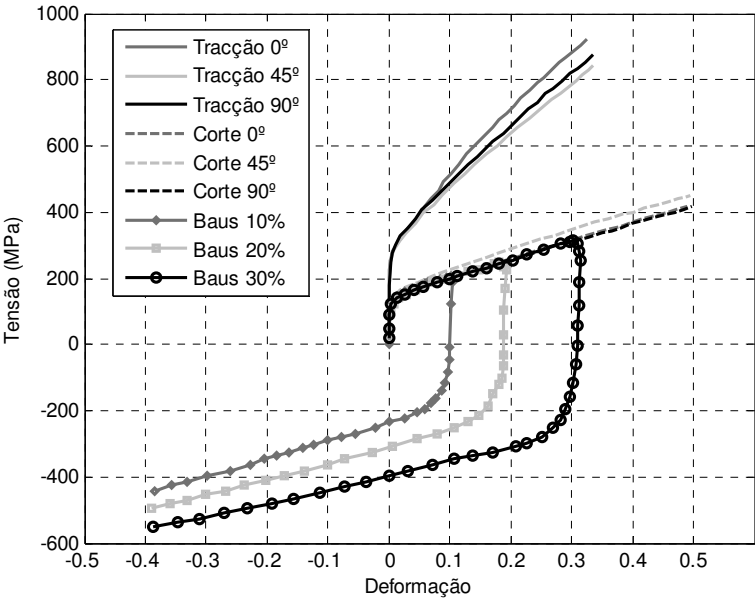


Figura 5.13 – Curvas tensão-deformação do aço inoxidável AISI 304.

Tabela 5.6 - Coeficientes e parâmetros de anisotropia dos aços AISI 304 e AISI 316L.

	$R_0$	$R_{45}$	$R_{90}$	$\bar{R}$	$\Delta R$
AISI 304	0.90	1.28	0.86	1.01	-0.40
AISI 316L	0.75	1.17	0.91	0.94	-0.34

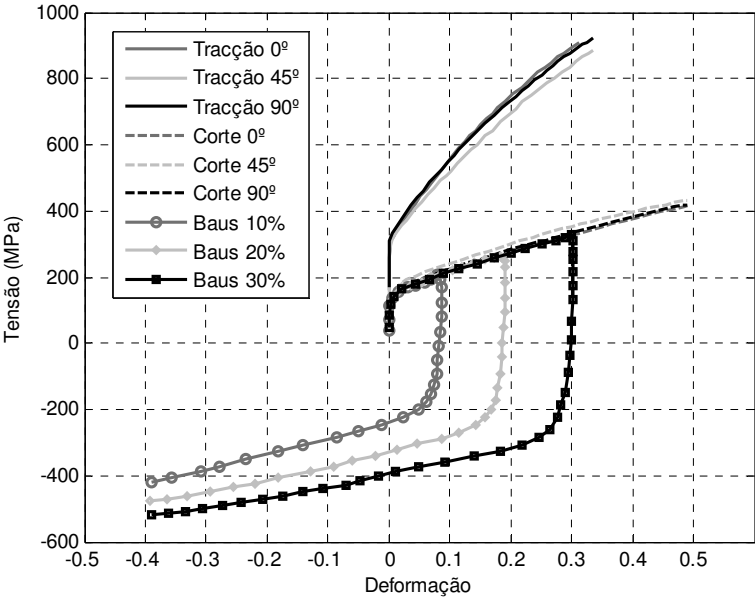


Figura 5.14 – Curvas tensão-deformação do aço inoxidável AISI 316L.



## 6 Identificação de Parâmetros para os Aços Caracterizados

### 6.1 Metodologia e implementação

Após a selecção dos modelos de comportamento que se pretende usar e da caracterização experimental dos aços de alto desempenho, pode-se passar à terceira etapa do processo: identificação de parâmetros. Para isso, utiliza-se uma interface que relaciona dois programas: o Abaqus® [de-Carvalho *et al.* 2009] e o SiDoLo® [Andrade-Campos *et al.* 2007].

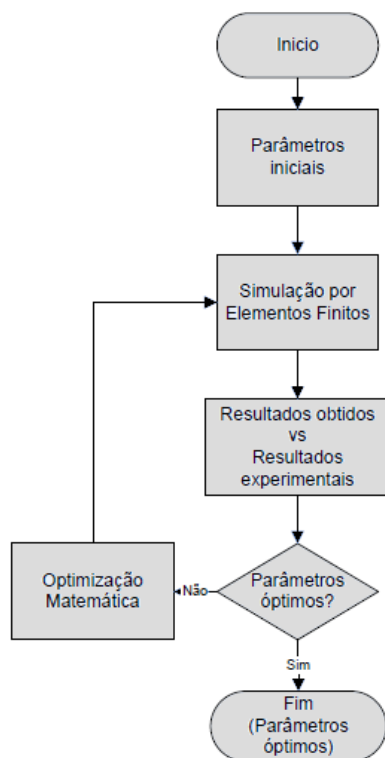
O Abaqus é um programa comercial de simulação numérica que utiliza o método dos elementos finitos e possui grande aplicação em diversas áreas da engenharia. Este software é composto por duas partes: o módulo gráfico (Abaqus/Cae e Abaqus/Viewer) e o módulo *solver* (Abaqus/Standard e Abaqus/Explicit).

O Abaqus/Cae funciona como pré-processador gerando o arquivo com toda a informação (introduzida pelo utilizador) que define o modelo a simular numericamente (geometria inicial, condições de fronteira, condições de carregamento, malha, tipo de elemento, etc). Este módulo também funciona como pós-processador proporcionando a visualização gráfica do modelo criado. O arquivo que armazena todas as informações de definição do modelo possui a extensão \*.inp e pode ser alterado e parametrizado manualmente sem ser necessário recorrer ao Abaqus/Cae. A outra ferramenta do módulo gráfico, o Abaqus/Viewer, funciona como pós-processador e permite a visualização gráfica dos resultados após a simulação.

No módulo *solver*, o Abaqus/Standard e o Abaqus/Explicit procedem à simulação computacional de carregamentos estáticos e dinâmicos e, englobam internamente alguns modelos constitutivos de comportamento, destacando-se: o critério isotrópico de von Mises, o critério anisotrópico de Hill 48 e o modelo cinemático de encruamento de Chaboche. Depreende-se assim que o programa Abaqus é responsável pela realização da simulação numérica dos ensaios experimentais.

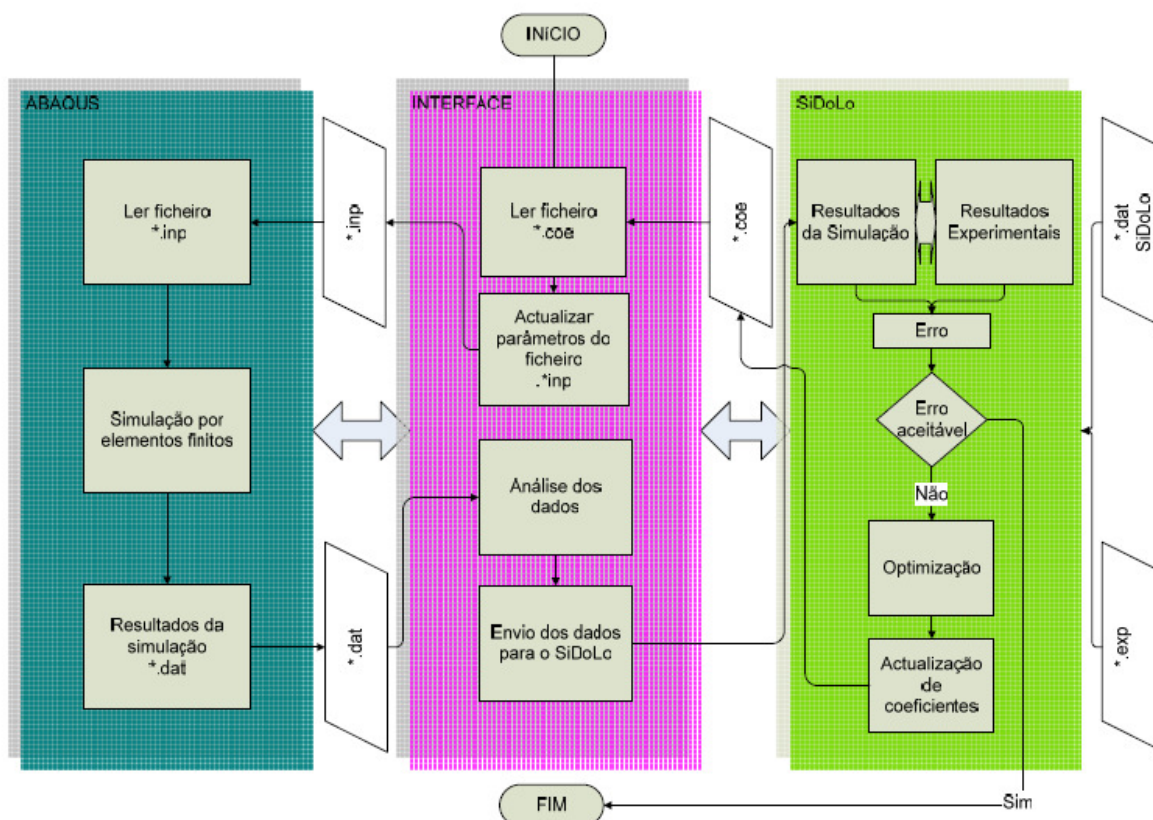
Por outro lado, também é utilizado o programa SiDoLo® que é um software de optimização de âmbito genérico e que pode ser empregue em diversos campos científicos. Para utilizar ambos os programas, é necessário desenvolver um programa interface responsável por: (i) confrontar os dados experimentais com os resultados obtidos numericamente pelo Abaqus, (ii)

calcular o valor da função objectivo e (iii) actualizar os parâmetros do modelo de comportamento introduzido no ficheiro \*.inp do Abaqus/Cae. A figura 6.1 mostra esquematicamente o processo de identificação de parâmetros efectuado.



**Figura 6.1** – Sequência do processo de identificação de parâmetros [Carvalho 2007].

A figura 6.2 mostra a interacção entre os programas e a interface sendo sequenciado detalhadamente cada passo realizado neste processo de identificação. O processo de identificação tem o seu início no ficheiro global da optimização, onde estão definidos: (i) os valores iniciais dos parâmetros a determinar e os seus intervalos, (ii) os programas interface a executar, (iii) os ficheiros de extensão \*.exp que possuem os dados experimentais, (iv) o método de optimização usado, (v) o número máximo de iterações e (vi) as restantes informações relevantes ao processo. A partir deste ficheiro, é escrito no ficheiro de extensão \*.coe os valores dos parâmetros iniciais e, seguidamente, esses coeficientes são escritos pela interface no ficheiro \*.inp do Abaqus e é iniciada a simulação numérica. Durante a simulação, o Abaqus escreve num ficheiro de extensão \*.dat os resultados e, após a sua conclusão, a interface extrai e trata os resultados do ficheiro \*.dat e envia-os para o SiDoLo. No programa SiDoLo, por sua vez, esses resultados da simulação são comparados com os experimentais (ficheiro \*.exp) e é calculado o valor da função objectivo. Caso o critério de paragem seja atingido, o processo termina. Caso contrário, o processo de optimização continua, actualizando os valores dos parâmetros e registando esses novos valores no ficheiro \*.coe, procedendo-se a uma nova iteração e repetindo-se de novo todo o processo. Eventualmente, se o critério de paragem nunca for atingido, o processo termina apenas quando atingir o número máximo de iterações definido.



**Figura 6.2** – Fluxograma do processo de identificação de parâmetros utilizado [Carvalho 2007].

Para cada ensaio experimental que se pretenda reproduzir numericamente existe uma interface individual que promove o processo de identificação. Assim, no caso mais complexo deste trabalho, ou seja, a identificação de parâmetros a partir de 9 ensaios experimentais, existem 9 interfaces. Cada uma coordena um ensaio tecnológico relacionando os resultados numéricos com os experimentais correspondentes e calculando o erro individual. O ficheiro global, a partir dos erros individuais, determina o erro global, procedendo ao ajuste dos parâmetros e repetindo uma nova iteração sempre que o critério de paragem não for satisfeito.

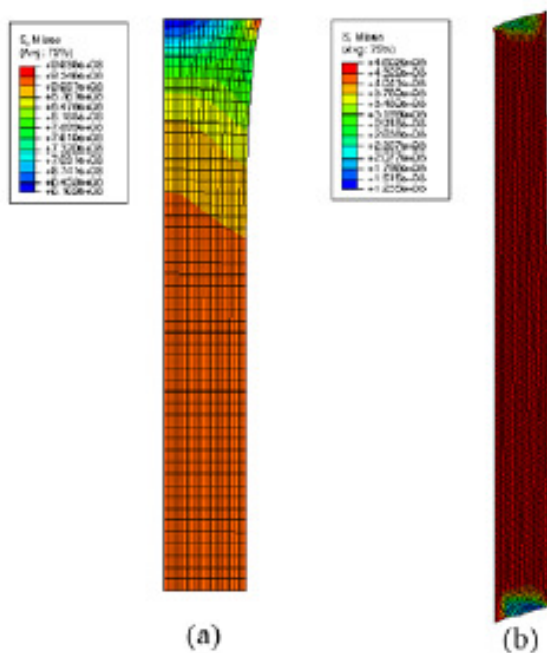
Relativamente aos modelos de comportamento utilizados nas identificações de parâmetros apresentadas nas próximas secções deste capítulo, estes foram determinados mediante os ensaios experimentais disponíveis de cada aço caracterizado. Os modelos de comportamento definidos são expressos na tabela 6.1.

**Tabela 6.1** – Combinações de modelos de comportamento identificadas no processo de identificação.

	Encruamento Isotrópico		Encruamento Misto	
	Swift	Simo	Swift + Chaboche	Simo + Chaboche
Critério isotrópico (von Mises)	✓	✓	✓	✓
Critério anisotrópico (Hill 48)	✓	✓		

Para os aços que apresentam as curvas de tracção e de corte a 0°, 45° e 90° com a DL e os 3 ensaios de Bauschinger, que é o caso do AISI 304 e do AISI 316L, procede-se à identificação das 6 combinações assinaladas na tabela. Para os aços que apresentam só as curvas de tracção (TWIP 940, DP 780, DP 780-HY e DP 980) ou as curvas de tracção e de corte (AISI 304\*) a 0°, 45° e 90° com a DL, são identificados os parâmetros das combinações que apenas possuem encruamento isotrópico. Com estes ensaios não é possível identificar modelos de encruamento misto visto que estes não descrevem a componente cinemática. Para o aço DP 600, que apresenta as curvas de tracção e de corte na DL e os 3 ensaios de Bauschinger, foram identificadas todas as combinações que utilizam o critério isotrópico de von Mises. Os ensaios de Bauschinger permitem descrever a componente cinemática do encruamento.

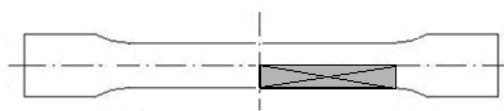
A figura 6.3 expõe, como exemplo, o resultado final obtido na simulação de ensaios de tracção e de corte recorrendo ao programa Abaqus. A partir da figura é possível perceber que a simulação numérica é capaz de reproduzir o comportamento real dos ensaios experimentais. Realça-se que o ensaio de Bauschinger é implicitamente representado pois este corresponde a um ensaio de corte com inversão de trajectória a certo momento da simulação numérica.



**Figura 6.3** – Resultado final da simulação numérica de um ensaio (a) de tracção e (b) de corte.

As simulações numéricas concebidas para reproduzir os ensaios experimentais foram efectuadas bidimensionalmente utilizando o elemento de tensão plana de 4 nós e integração reduzida (CPS4R), sendo que na simulação do ensaio de tracção se criou uma malha composta por 1350 elementos (150x9) e nos ensaios de corte e Bauschinger se criou uma malha de 1144 elementos (88x13). Refira-se que através de um estudo de sensibilidade concluiu-se que o número de elementos que foi definido em cada caso não influencia o processo de identificação. Por outro lado, destaca-se que para o ensaio de tracção pode utilizar-se apenas ¼ da geometria útil do provete, pois o provete é simétrico. A figura 6.4 mostra a simplificação geométrica efectuada.





**Figura 6.4** – Representação da geometria utilizada na simulação numérica de um ensaio de tracção.

Em relação às especificações da optimização em si, todas as optimizações apresentadas neste capítulo foram: (i) estipuladas com um número limite máximo de 200 iterações e com um critério de paragem por estagnação (se a evolução do erro for inferior a  $1 \times 10^{-30}$ ); (ii) efectuadas utilizando o algoritmo baseado no gradiente<sup>9</sup>, composto pelo método de Levenberg-Marquardt e pelo método do maior declive e (ii) definidas com um factor de peso igual para cada ensaio, ou seja, a cada ensaio foi atribuído um peso unitário.

## 6.2 Identificação dos parâmetros dos modelos de comportamento

Antes de se apresentar os resultados das identificações de parâmetros realizadas é importante referir que a selecção dos parâmetros iniciais é feita com base na experiência e sensibilidade do utilizador. O processo de optimização com o algoritmo L-M é fortemente influenciado pelo ponto de partida da optimização e, por vezes, pode não conduzir aos resultados mais desejados devido ao facto de convergir para um mínimo local da função objectivo. Contudo, do ponto de vista numérico, é garantido que o ponto de chegada da optimização é sempre melhor que o ponto de partida.

Para todos os processos de identificação efectuados, em regra geral, definiu-se os mesmos parâmetros iniciais das leis de encruamento para isotropia (critério de von Mises) e anisotropia (critério de Hill 48) do material. O objectivo foi manter a coerência do mesmo ponto de partida inicial da lei de encruamento para ambos os critérios de plasticidade.

Por outro lado, o critério anisotrópico de Hill é optimizado através dos coeficientes de anisotropia de Lanckford ( $R_0$ ,  $R_{45}$  e  $R_{90}$ ). No caso das optimizações efectuadas com este critério, definiu-se como coeficientes iniciais os coeficientes medidos experimentalmente. Esta opção é justificada por se querer iniciar o processo de optimização com a modelação da anisotropia real do material. Realça-se que os parâmetros do critério de Hill (F, G, H e N) podem ser determinados pelos coeficientes de anisotropia através das equações 3.14 a 3.17, respectivamente, e que se considera os parâmetros  $L=M=1,5$ .

### 6.2.1 Identificação de parâmetros do aço DP 780-HY

O aço DP 780-HY apresenta somente as curvas experimentais de tracção a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  com a DL, pelo que só é possível proceder à identificação das leis de encruamento isotrópico de Swift e de Simo tanto para isotropia (critério de von Mises) como anisotropia (critério de Hill 48) do material. A tabela 6.2 discrimina os parâmetros iniciais e óptimos, o valor inicial e final da função objectivo e o número de iterações dos processos de identificação com o critério de von Mises.

<sup>9</sup> Sobressai-se que, daqui para a frente, neste trabalho, o algoritmo de gradiente utilizado vai ser denominado por algoritmo L-M.

**Tabela 6.2** – Identificação dos parâmetros de encruamento isotrópico para o aço DP 780-HY com o critério de von Mises.

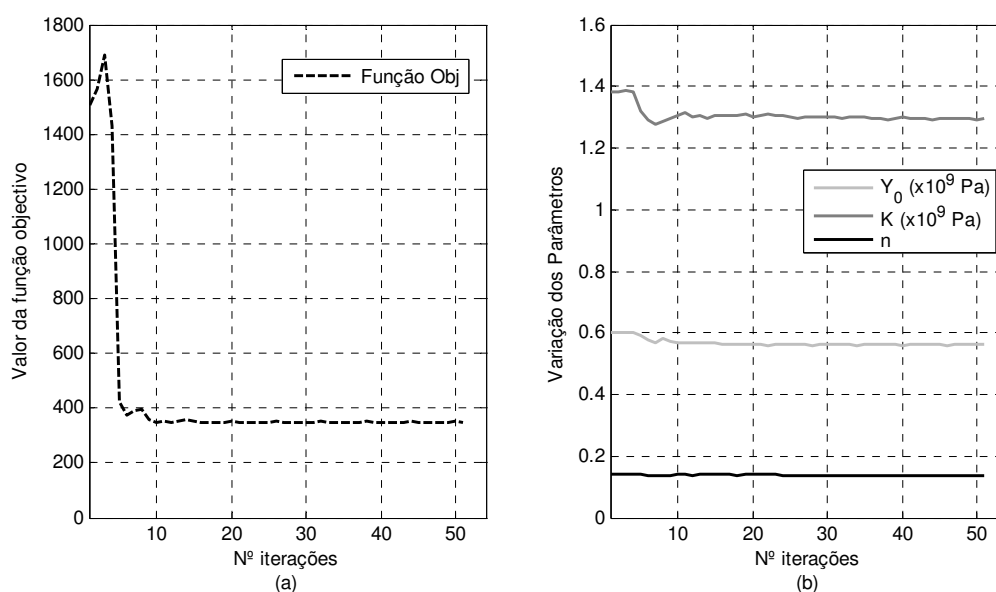
Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	600	562.5	$\sigma^0$ (MPa)	600	560.6
$K$ (MPa)	1380	1297.3	$\sigma^\infty$ (MPa)	900	785.7
$n$	0.140	0.137	$\delta$	41.0	87.5
			$\zeta$ (MPa)	1200	1521.5
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	1506.0	345.0 (-77%)		1284.2	386.4 (-69.9%)
Nº iterações		51		94	

A partir da tabela 6.2, é possível verificar que o algoritmo utilizado possibilitou a redução do valor da função objectivo em 77% no caso do modelo com a lei de encruamento de Swift e cerca de 70% no caso do modelo com a lei de Simo. Estes valores evidenciam claramente o potencial de optimização que é possível atingir quando os valores iniciais não são os mais apropriados. Comparando os dados dos processos de identificação de ambas as leis de encruamento, verifica-se que o valor da função objectivo do modelo com a lei de Swift é ligeiramente inferior, o que à partida indica que os parâmetros optimizados desta lei caracterizam melhor o aço DP780-HY. Por outro lado, também se verifica que o processo de identificação da lei de Swift foi efectuado em cerca de metade das iterações necessárias para o processo de identificação da lei de Simo. O número de iterações depende da proximidade que os parâmetros iniciais estão de um mínimo da função objectivo (entenda-se possível solução) e do número de parâmetros a optimizar. Se por um lado, a lei de Simo possui mais um parâmetro a optimizar, por outro, os seus valores optimizados também estão mais afastados dos valores iniciais, ao invés do que se passa com os valores da lei de Swift, como se pode ver na tabela 6.2.

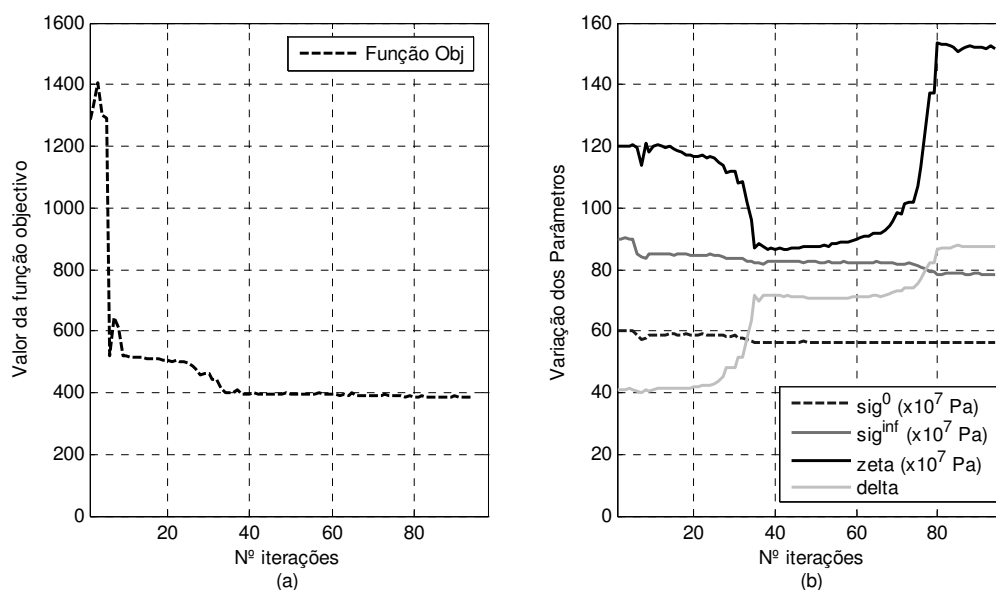
As figuras 6.5 a) e b) e 6.6 a) e b) mostram, respectivamente, a evolução da função objectivo e dos parâmetros optimizados ao longo das iterações dos processos de identificação realizados com a lei de Swift e com lei de Simo, considerando o critério isotrópico de von Mises. Analisando as figuras 6.5 a) e 6.6 a) é possível constatar a redução do valor das funções objectivo. Verifica-se que na fase inicial do processo de identificação ocorre uma forte descida do valor da função objectivo e que, posteriormente, se segue uma estabilização deste valor. A justificação para o sucedido tem por base o facto do algoritmo L-M procurar sempre a melhor direcção de descida acelerando a convergência. No entanto, à medida que a função objectivo se vai aproximando de uma possível solução, o valor da função objectivo tende a estabilizar até que a variação deste seja inferior ao valor de referência definido ( $1 \times 10^{-30}$ ). Deste modo, apesar dos processos necessitarem, respectivamente, de 51 e 94 iterações para convergir, bastariam 10 iterações para atingir um valor da função objectivo admissível.

Por outro lado, observando as figuras 6.5 b) e 6.6 b) que apresentam a evolução dos parâmetros verifica-se que a sua oscilação é dependente dos valores iniciais definidos e também do significado que cada parâmetro possui no modelo matemático. Deste modo, repara-se que, por exemplo, os parâmetros relativos à tensão limite de elasticidade não sofrem oscilações

acentuadas e que quanto mais próximos os valores iniciais estão dos valores otimizados menor é a oscilação, e vice-versa.



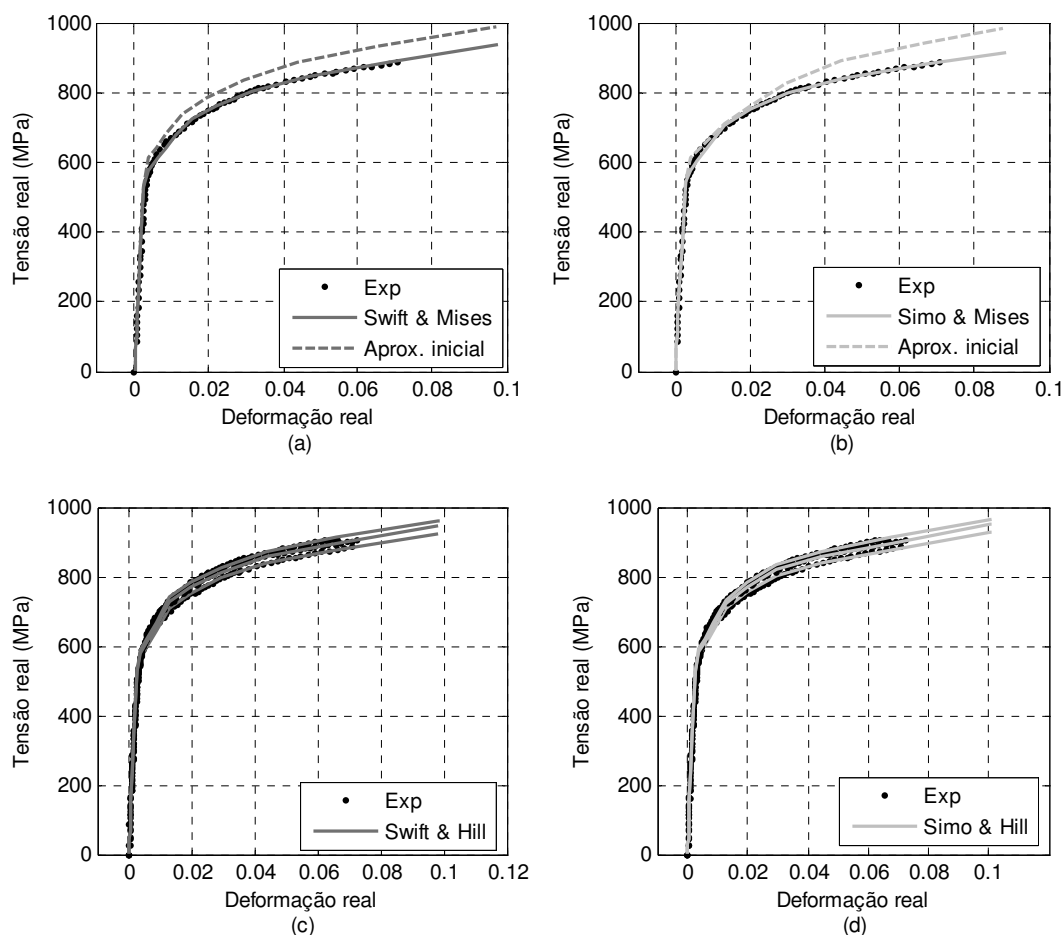
**Figura 6.5** – Evolução (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros no processo de identificação do modelo de comportamento composto pela lei de Swift e pelo critério de von Mises para o aço DP 780-HY.



**Figura 6.6** – Evolução (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros no processo de identificação do modelo de comportamento composto pela lei de Simo e pelo critério de von Mises para o aço DP 780-HY.

Embora, os valores da função objectivo forneçam uma estimativa quantitativa do processo de optimização realizado, é indispensável analisar qualitativamente os resultados obtidos através da representação das curvas tensão-deformação com os parâmetros óptimos. As figuras 6.7 a) e b) apresentam, respectivamente, as curvas experimentais e numéricas da lei de Swift e Simo do ensaio de tracção na DL utilizando o critério isotrópico de von Mises. Estas figuras

mostram que ambos os resultados finais permitem descrever adequadamente a curva de tracção experimental do aço DP 780-HY. Também é apresentada a curva inicial respeitante aos parâmetros iniciais seleccionados. A representação da aproximação inicial permite evidenciar a evolução do processo de optimização até à curva final optimizada.



**Figura 6.7** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço DP 780-HY.

Relativamente à modelação do comportamento anisotrópico, recorreu-se às 3 curvas de tracção disponíveis e, com base nos seus coeficientes de anisotropia, procedeu-se à identificação simultânea dos parâmetros da lei de encruamento e dos parâmetros do critério de plasticidade. A tabela 6.3 apresenta os dados referentes aos processos de identificação das leis de encruamento isotrópico com o critério anisotrópico de Hill 48.

Analisando a tabela 6.3, destaca-se o facto do processo de identificação com a lei de encruamento de Swift ter obtido um menor valor da função objectivo e de ter necessitado menos iterações. As justificações são as mesmas apresentadas anteriormente para os processos de identificação com o critério isotrópico de von Mises. Além disso, salienta-se que os valores iniciais dos coeficientes de anisotropia correspondem aos determinados experimentalmente e os valores

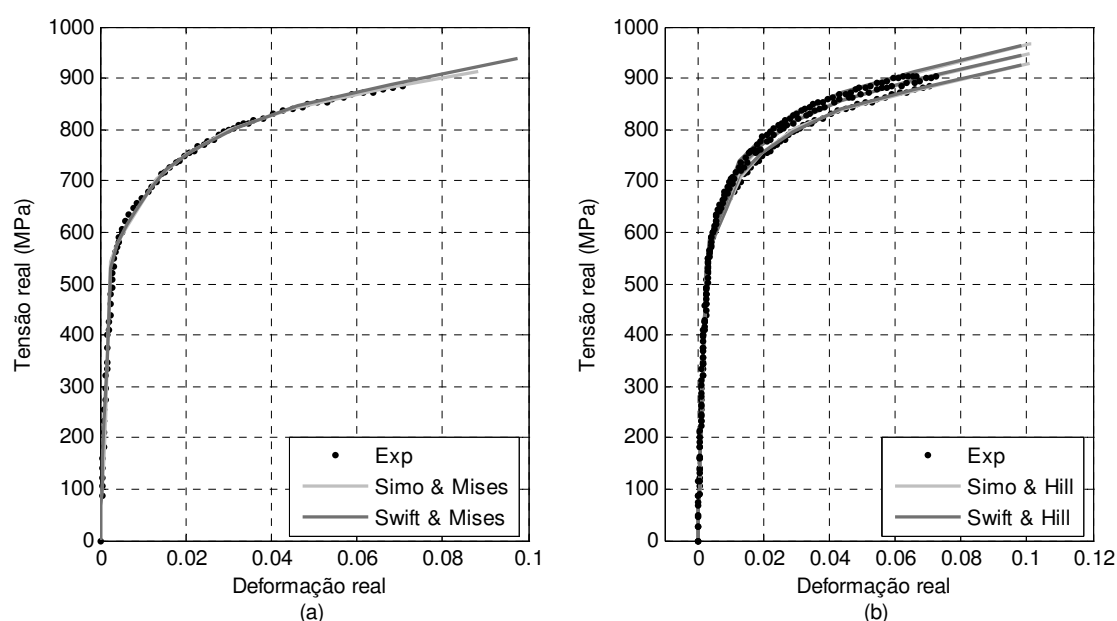
iniciais dos parâmetros das leis de encruamento são os mesmos que foram considerados em isotropia do material. Pela tabela, também se verifica que, nestas duas identificações (tal como nas anteriores) se obteve reduções do valor da função objectivo da ordem dos 70%.

As figuras 6.7 c) e d) permitem confrontar as curvas finais obtidas com os parâmetros identificados com as curvas experimentais de tracção das 3 direcções de orientação da chapa para os modelos de comportamento Swift & Hill 48 e Simo & Hill 48, respectivamente. Verifica-se que os dois modelos de comportamento otimizados se ajustam muito satisfatoriamente às 3 curvas experimentais. Contudo, reparando nos valores dos parâmetros otimizados, constata-se que se para a lei de encruamento de Swift os coeficientes de anisotropia apresentam valores próximos dos experimentais, no caso da lei de encruamento de Simo, os valores otimizados são quase o dobro. Atendendo ao significado físico de coeficiente de anisotropia, isto implica que assim, a deformação na largura seja o dobro da deformação na espessura, comparativamente ao que se passa na realidade. Este desvio, na simulação de processos de conformação, pode ter um impacto significativo não permitindo a simulação mais adequada do processo. Contudo, no processo de identificação, os parâmetros de anisotropia  $R_0$ ,  $R_{45}$  e  $R_{90}$  definem a superfície de cedência de Hill. Para identificar mais correctamente toda a superfície de cedência e, consequentemente, os parâmetros de Lanckford, seria benéfico utilizar também as curvas tensão-deformação ao longo da direcção transversal.

**Tabela 6.3** – Identificação dos parâmetros para os modelos de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço DP 780-HY com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	0.843	0.995	$R_0$	0.843	2.249
$R_{45}$	1.108	1.042	$R_{45}$	1.108	2.125
$R_{90}$	0.931	1.149	$R_{90}$	0.931	2.866
$Y_0$ (MPa)	600	548.7	$\sigma^0$ (MPa)	600	553.8
$K$ (MPa)	1380	1221.8	$\sigma^\infty$ (MPa)	900	786.2
$n$	0.14	0.118	$\delta$	41.0	96.0
			$\zeta$ (MPa)	1200	1471.4
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	3375.5	999.5 (-70%)		3395.2	1015.2 (-70.1%)
Nº iterações		81			119

Nas figuras 6.8 a) e b) mostra-se a sobreposição das curvas finais obtidas para os modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo com isotropia do material e com anisotropia do material, respectivamente. Avaliando o desempenho de ambas as leis de encruamento quer em isotropia quer em anisotropia verifica-se que as diferenças visuais entre os dois modelos de encruamento são indetectáveis.



**Figura 6.8** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço DP 780-HY.

### 6.2.2 Identificação de parâmetros do aço DP 980

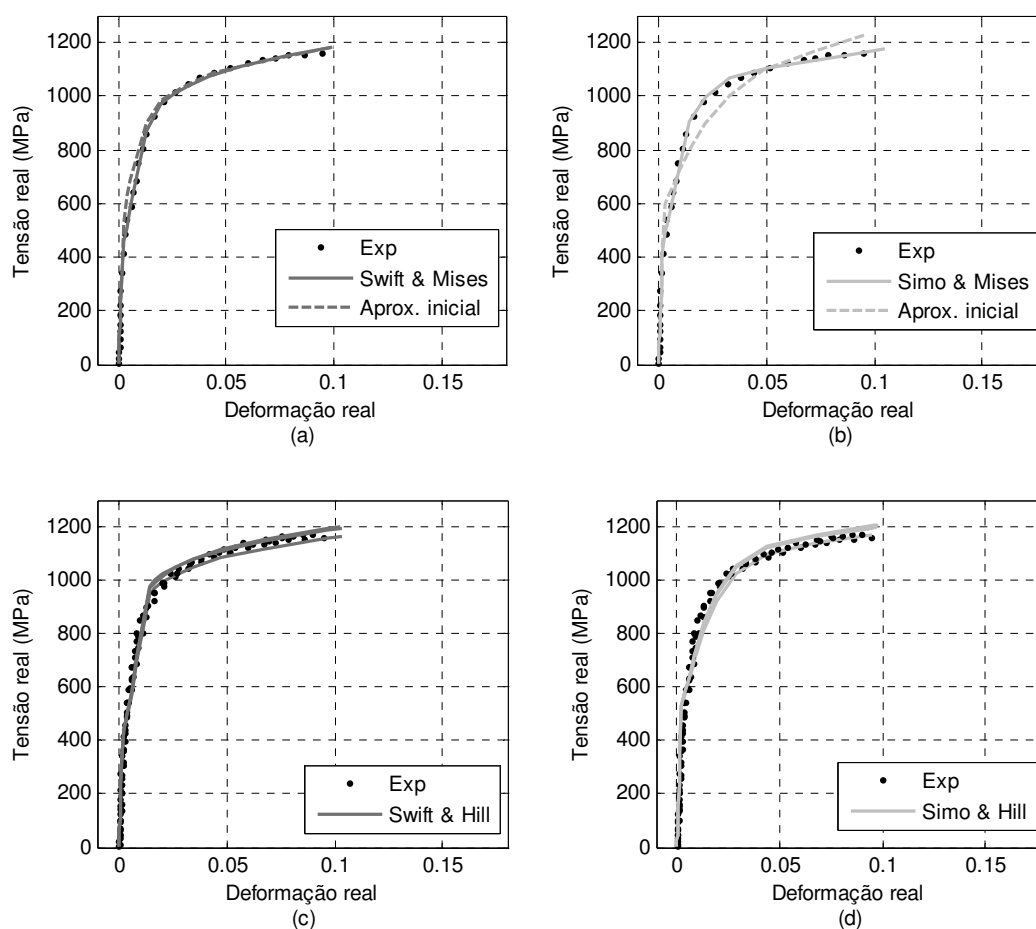
O aço DP 980, tal como o aço anteriormente apresentado, apenas pode ser caracterizado utilizando as curvas tensão-deformação em tracção nas 3 direcções de ortotropia. A tabela 6.4 exhibe os dados relevantes dos processos de identificação das leis de encruamento isotrópico considerando isotropia do aço. Mais uma vez, os parâmetros iniciais são definidos com base na experiência do utilizador e pelo significado físico dos mesmos.

**Tabela 6.4** – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento isotrópico para o aço DP 980 com o critério de von Mises.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	600	440.2	$\sigma^0$ (MPa)	600	462.3
$K$ (MPa)	1500	1527.8	$\sigma^\infty$ (MPa)	1100	1048.7
$n$	0.10	0.107	$\delta$	45.0	131.1
			$\zeta$ (MPa)	1600	1276.2
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	2723.9	1024.8 (-62.4%)		3417.3	1050.3 (-69.3%)
Nº iterações		61		51	

Analisando a tabela 6.4, constata-se que o valor final da função objectivo obtido é praticamente igual e que o número de iterações foi próximo, para ambas as optimizações. Neste caso, até se verificou que o processo de identificação com a lei de Simo necessitou de menos iterações do que o processo de identificação com a lei de Swift.

As figuras 6.9 a) e b) apresentam as curvas numéricas obtidas com os parâmetros identificados para as leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo utilizando o critério isotrópico de von Mises. Através destas figuras é possível ver que as curvas numéricas do ensaio de tracção sobrepõem-se quase perfeitamente às curvas experimentais. As curvas obtidas para estes modelos de comportamento com os parâmetros iniciais também estão representadas nas figuras 6.9 a) e b). No caso da lei de Swift, a curva numérica utilizando os parâmetros iniciais seleccionados é tão próxima da curva experimental que a aproximação inicial poderia ser o resultado final do processo identificação. Este facto é também visível pela similaridade dos parâmetros iniciais e os identificados.



**Figura 6.9** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas para a lei de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço DP 980.

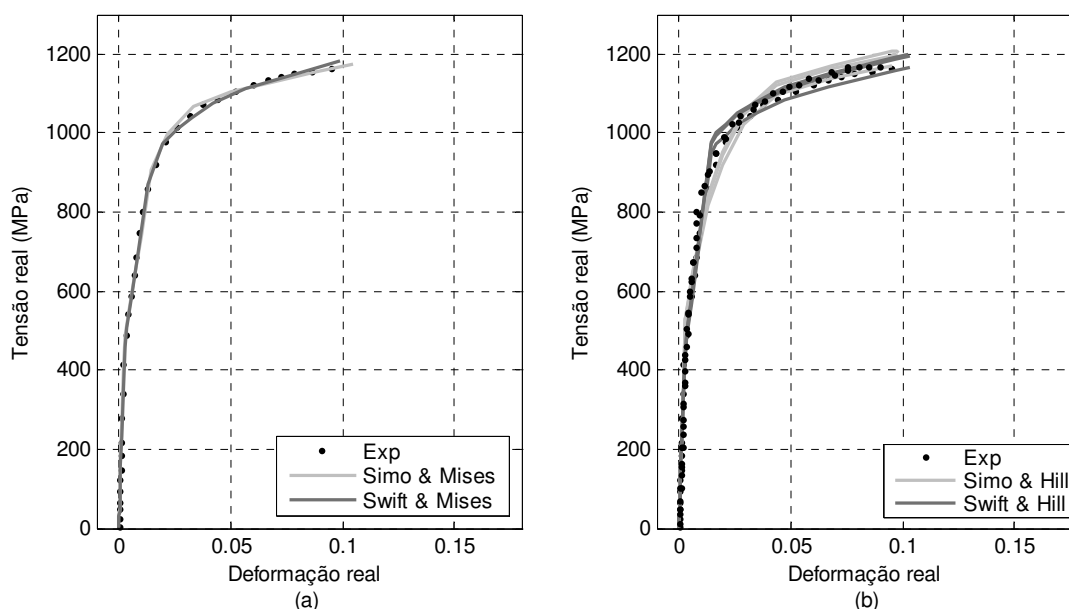
Nos processos de identificação dos modelos de comportamento considerando a anisotropia do aço DP 980 verificam-se algumas discrepâncias. A tabela 6.5 apresenta os dados relativos às optimizações dos modelos de comportamento Swift & Hill e Simo & Hill. Visto que o valor da função objectivo é significativamente mais alto no modelo de comportamento Simo & Hill, *a priori*, este modelo de comportamento terá pior desempenho. As figuras 6.9 c) e d) apresentam as curvas numéricas obtidas para as leis de Swift e Simo, respectivamente, e as curvas experimentais de tracção a 0°, 45° e 90° com a DL, considerando a anisotropia do aço DP 980

através do critério de Hill 48. Comparando estas duas figuras individualmente é possível observar-se melhor desempenho do modelo de comportamento de Swift & Hill 48. No entanto, salienta-se que o processo de identificação do critério de anisotropia deveria ter a informação das propriedades ao longo de outras direcções para além da direcção de solicitação de tracção.

**Tabela 6.5** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço DP 980 com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	1.100	1.202	$R_0$	1.100	1.063
$R_{45}$	0.730	1.145	$R_{45}$	0.730	1.070
$R_{90}$	0.930	1.329	$R_{90}$	0.930	1.196
$Y_0$ (MPa)	600	403.7	$\sigma^0$ (MPa)	600	527.7
$K$ (MPa)	1500	1431.8	$\sigma^\infty$ (MPa)	1100	1083.4
$n$	0.10	0.088	$\delta$	45.0	82.1
			$\zeta$ (MPa)	1600	983.0
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	24052.8	9974.4 (-58.5%)		28694.8	15773.2 (-45%)
Nº iterações		81			148

Nas figuras 6.10 a) e b) são sobrepostos os modelos de encruamento isotrópico considerando isotropia e anisotropia do aço DP980, respectivamente. Pela observação destas figuras é possível concluir que no caso isotrópico o comportamento das duas leis de encruamento é semelhante e no caso anisotrópico se comprova um melhor desempenho do modelo Swift & Hill 48.



**Figura 6.10** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço DP 980.



### 6.2.3 Identificação de parâmetros do aço TWIP 940

Para o aço TWIP 940, também caracterizado apenas por ensaios de tracção nas 3 direcções de ortotropia, os processos de identificação das leis de encruamento de Swift e Simo tiveram desempenhos bastante semelhantes tanto em isotropia como em anisotropia do material. As tabelas 6.6 e 6.7 apresentam as informações desses processos de identificação, respectivamente.

**Tabela 6.6** – Parâmetros obtidos pelo processo de identificação para os modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo para o aço TWIP 940 com o critério de von Mises.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	400	449.2	$\sigma^0$ (MPa)	400	439.5
$K$ (MPa)	2100	1978.6	$\sigma^\infty$ (MPa)	550	487.0
$n$	0.55	0.533	$\delta$	16.5	97.4
			$\zeta$ (MPa)	2300	2568.8
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	21330.3	20788.6 (-2.54%)		19286.7	18884.7 (-2.1%)
Nº iterações		35			143

A tabela 6.6 possui duas informações dos processos de identificação com o critério de von Mises que sobressaem:

- 1) O valor das funções objectivo dos dois modelos de encruamento é mais elevado que os valores obtidos para os outros processos de identificação similares;
- 2) O processo de convergência da lei de encruamento de Simo com critério isotrópico é muito mais lento que a convergência para a lei de Swift, necessitando de 143 iterações contra apenas 35, sendo que a redução do valor da função objectivo até foi praticamente igual (cerca de 2%).

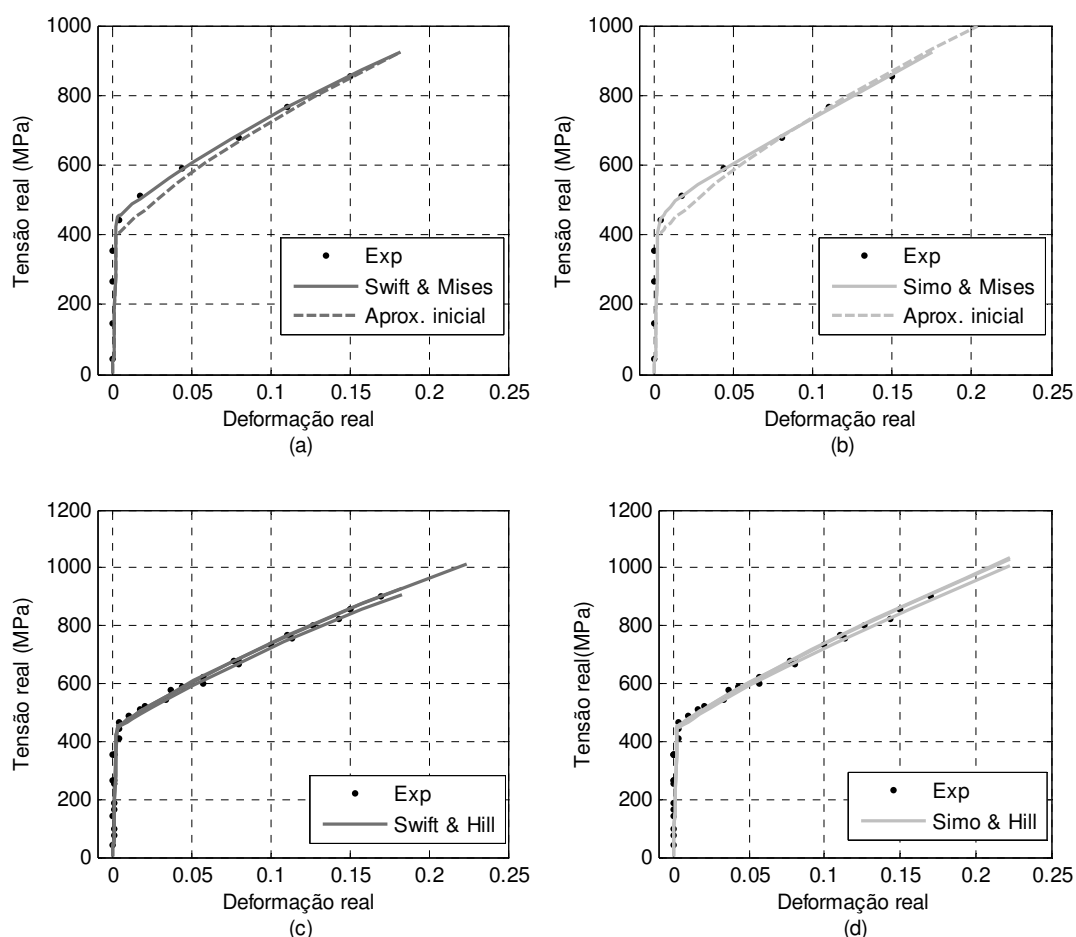
Salienta-se que a redução do valor das funções objectivo foi pequena porque os valores otimizados são muito próximos dos valores iniciais.

**Tabela 6.7** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço TWIP 940 com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	0.816	1.137	$R_0$	0.816	1.016
$R_{45}$	1.188	1.159	$R_{45}$	1.188	1.069
$R_{90}$	1.339	1.147	$R_{90}$	1.339	1.026
$Y_0$ (MPa)	400	449.4	$\sigma^0$ (MPa)	400	450.3
$K$ (MPa)	2100	2036.4	$\sigma^\infty$ (MPa)	550	533.9
$n$	0.550	0.557	$\delta$	16.5	17.1
			$\zeta$ (MPa)	2300	2288.7
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	43641.1	36932.1 (-15.4%)		45603.4	36919.1 (-19%)
Nº iterações		115			165

Na tabela 6.7 apresenta-se as informações relativas aos processos de identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico do aço *TWIP* 940. Pela observação da tabela, também se salienta o valor final da função objectivo mais elevado que o normal. No entanto, comparando os valores entre si, verifica-se que os modelos de comportamento Swift & Hill 48 e Simo & Hill 48 possuem um valor final da função objectivo quase igual. A tabela também indica que o modelo de comportamento com a lei de Simo necessitou de mais iterações.

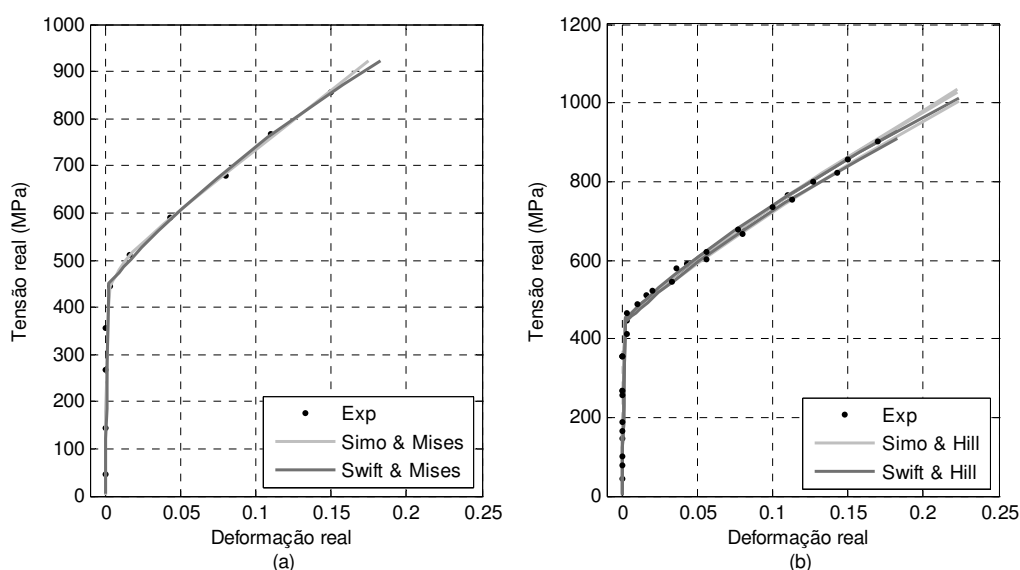
Apesar de, aparentemente, os valores da função objectivo parecerem muito elevados e, por si só, induzirem que se obteve optimizações desajustadas, tal não é verdade, como se pode comprovar pelas figuras 6.11 a), b), c) e d). Pois, todas as optimizações efectuadas conseguem reproduzir adequadamente as curvas experimentais. Note-se que nas figuras 6.11 a) e b) além de se representar as curvas finais obtidas com os parâmetros óptimos dos modelos de comportamento de Swift & Mises e Simo & Mises, também se mostram as aproximações iniciais obtidas pelos parâmetros inicialmente definidos.



**Figura 6.11** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação para os modelos de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço *TWIP* 940.

Por último, para evidenciar pormenorizadamente as diferenças visuais entre os dois modelos de encruamento isotrópico quer em isotropia quer em anisotropia do material, são

apresentadas as figuras 6.12 a) e b), respectivamente. Verifica-se que não existem grandes diferenças entre as curvas finais dos dois modelos de encruamento.



**Figura 6.12** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço TWIP 940.

#### 6.2.4 Identificação de parâmetros do aço DP 780

Na sequência dos processos de identificação anteriores, também para o aço DP 780 se efectuou a identificação de parâmetros para os modelos de comportamento com as leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo em isotropia e anisotropia do material. Os resultados obtidos mostram que os parâmetros óptimos identificados proporcionam resultados numéricos bastante satisfatórios. Nas tabelas 6.8 e 6.9 pode ver-se os parâmetros iniciais e óptimos dos modelos estudados. Nas figuras 6.13 a), b), c) e d) pode observar-se as curvas numéricas reproduzidas com os parâmetros identificados.

**Tabela 6.8** – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento isotrópico para o aço DP 780 com o critério de von Mises.

Parâmetros	Swift		Parâmetros	Simo	
	Iniciais	Óptimos		Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	500	407.3	$\sigma^0$ (MPa)	500	424.4
$K$ (MPa)	1380	1310.4	$\sigma^\infty$ (MPa)	900	776.9
$n$	0.15	0.149	$\delta$	41.0	86.7
			$\zeta$ (MPa)	1200	1437.3
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	3720.5	1619.2 (-56.5%)		4027.2	1995.5 (-50.4%)
Nº iterações		54			116

Na tabela 6.8, relativa aos processos de identificação das leis de encruamento de Swift e Simo com o critério de von Mises, salienta-se que o valor da função objectivo é ligeiramente

superior para Simo & Mises e que a redução do valor da função objectivo das identificações apresentadas ronda os 50%. As figuras 6.13 a) e b) apresentam, respectivamente, as curvas finais obtidas com os parâmetros identificados dos modelos de comportamento Swift & Mises e Simo & Mises. Os resultados obtidos ajustam-se adequadamente aos resultados experimentais. Note-se que também se mostram as aproximações iniciais obtidas pelos parâmetros inicialmente definidos.

Na tabela 6.9, relativa aos processos de identificação das leis de encruamento de Swift e Simo com o critério de Hill 48, salienta-se que o valor da função objectivo foi praticamente igual para ambos os processos de identificação e que a redução do valor da função objectivo se situou, por volta, dos 60%. Note-se também que no processo de identificação do modelo Simo & Hill 48 o número de iterações atingiu o valor máximo estipulado (200), pelo que o critério de convergência satisfeito não correspondeu ao valor mínimo estabelecido para o critério de estagnação ( $1 \times 10^{-30}$ ). Contudo os resultados obtidos nesta identificação são aceitáveis como se pode ver pela figura 6.13 d).

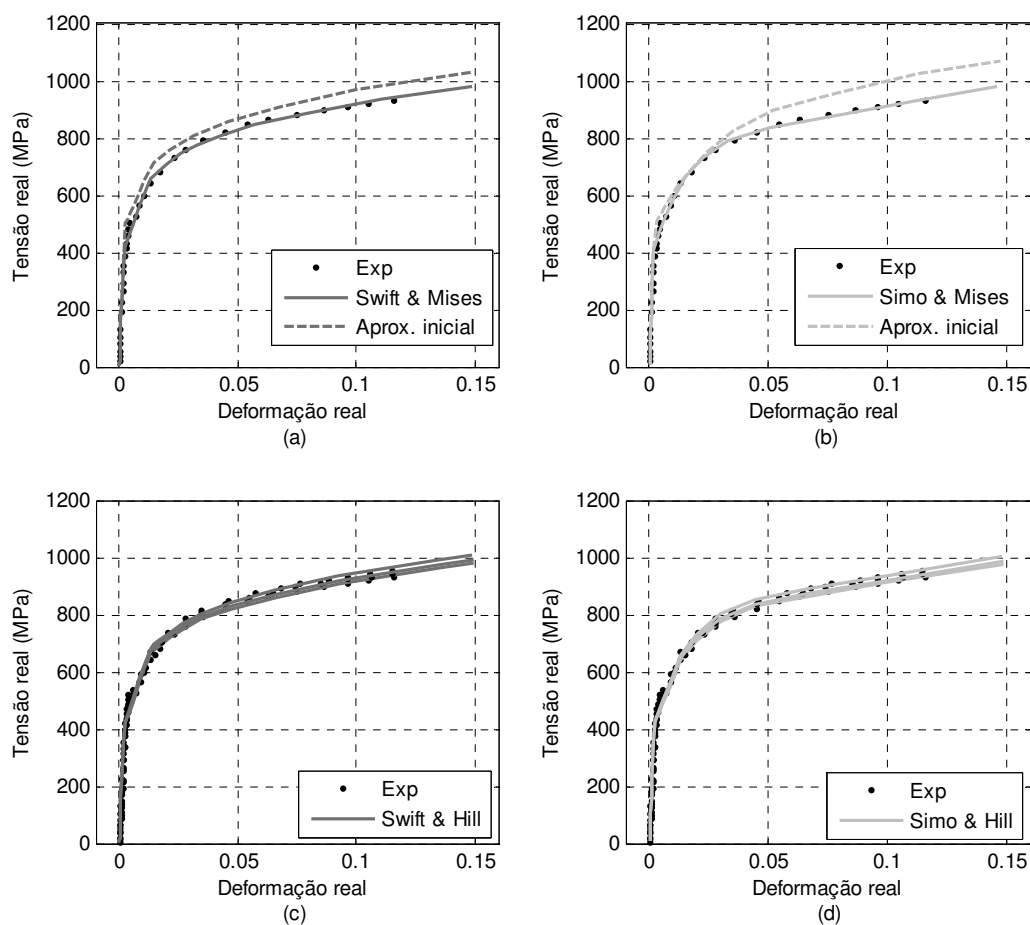
**Tabela 6.9** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço DP 780 com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	1.070	1.031	$R_0$	1.070	1.192
$R_{45}$	0.800	0.979	$R_{45}$	0.800	1.097
$R_{90}$	1.070	1.070	$R_{90}$	1.070	1.247
$Y_0$ (MPa)	500	401.7	$\sigma^0$ (MPa)	500	407.6
$K$ (MPa)	1380	1299.6	$\sigma^\infty$ (MPa)	900	786.7
$n$	0.15	0.146	$\delta$	41.0	88.1
			$\zeta$ (MPa)	1200	1302.3
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	20865.7	8822.7 (-57.7%)		23078.8	8823.8 (-61.8%)
Nº iterações		124			200

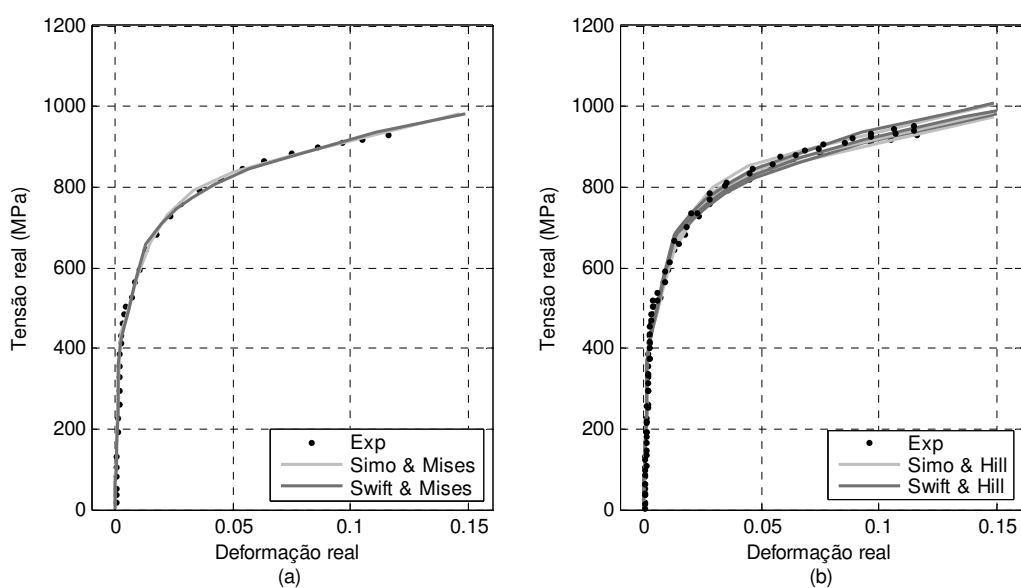
As figuras 6.14 a) e b) permitem equiparar os dois modelos de comportamento considerados tanto em isotropia como em anisotropia, respectivamente. Tal como se tem verificado nos casos anteriormente expostos, as diferenças visuais entre os modelos de encruamento de Swift e Simo não são significativas.

A razão para não existirem diferenças acentuadas entre os modelos de comportamento dos aços identificados até agora e destes modelos proporcionarem boas reproduções das curvas experimentais prende-se com:

- 1) no caso dos modelos de comportamento com o critério de von Mises, apenas se utilizar uma única curva experimental, especificamente a curva de tracção a 0° da DL;
- 2) e no caso dos modelos de comportamento com o critério de Hill 48, se utilizar 3 curvas experimentais com comportamento semelhante, nomeadamente, as curvas de tracção a 0°, 45° e 90° da DL.



**Figura 6.13** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação para as leis de Swift (a e c) e Simo (b e d) com o critério de von Mises e com o critério de Hill 48, respectivamente, para o aço DP 780.



**Figura 6.14** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço DP 780.

### 6.2.5 Identificação de parâmetros do aço AISI 304\*

O aço inoxidável AISI 304\* foi caracterizado experimentalmente neste trabalho através de ensaios de tracção e ensaios de corte. Deste modo, como não se efectuou a realização de ensaios de Bauschinger, no processo da identificação de parâmetros apenas se consideram modelos de comportamento com encruamento isotrópico. Para os modelos de comportamento considerando isotropia do material recorreu-se a 2 curvas experimentais relativas aos ensaios experimentais de tracção e de corte na DL. Para os modelos de comportamento referentes à modelação anisotrópica do material recorreu-se às 6 curvas experimentais obtidas relativas aos 3 ensaios de tracção e aos 3 ensaios de corte nas direcções de 0°, 45° e 90° com a DL.

A tabela 6.10 apresenta os dados das identificações efectuadas para os modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo com o critério isotrópico de von Mises. Pode reparar-se que o valor da função objectivo é similar para ambos os modelos de encruamento. No entanto, é ligeiramente mais baixo para a lei de Simo. Constata-se também que a redução do valor da função objectivo foi superior na identificação do modelo de Simo & Mises (cerca de 7%).

**Tabela 6.10** – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento isotrópico para o aço AISI 304\* com o critério de von Mises.

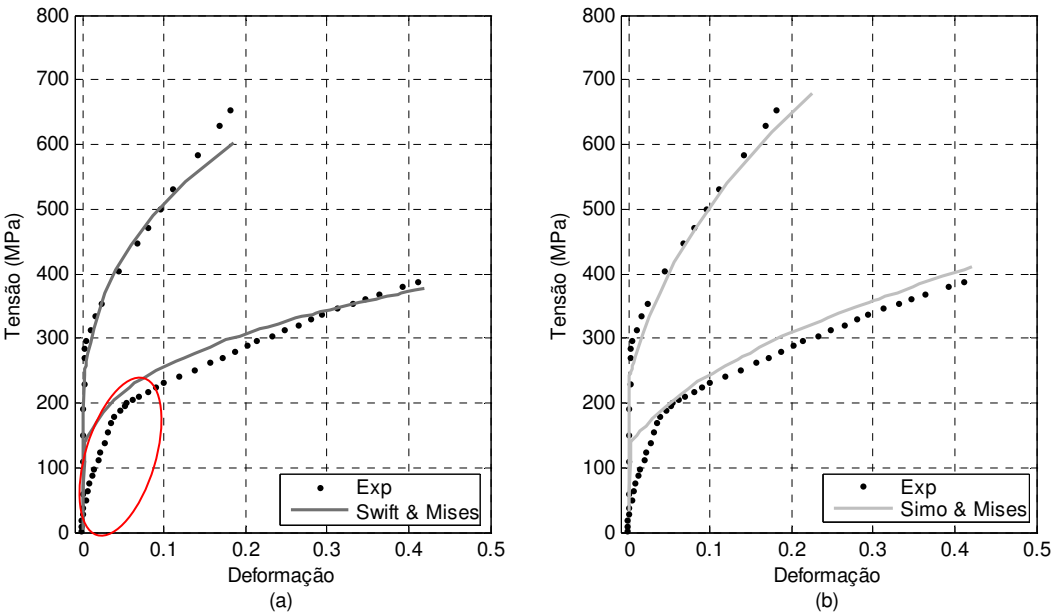
Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	230	240.6	$\sigma^0$ (MPa)	230	242.1
$K$ (MPa)	900	954.4	$\sigma^\infty$ (MPa)	500	446.7
$n$	0.25	0.275	$\delta$	9.5	16.2
			$\zeta$ (MPa)	1100	1081.4
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	3805.5	3714.1 (-2.4%)		3950.8	3675.4 (-6.9%)
Nº iterações		28		44	

As figuras 6.15 a) e b) mostram o desempenho dos modelos de comportamento de Swift e Simo para isotropia, respectivamente. É possível perceber pela análise das figuras que nenhum dos modelos é capaz de reproduzir satisfatoriamente o fenómeno evidenciado no início da curva experimental de corte (indicado na figura 6.15 a)). No entanto, ainda assim, o modelo de encruamento de Simo consegue reproduzir relativamente bem o comportamento dos 2 ensaios experimentais. Salienta-se que o fenómeno enunciado atribui-se ao tratamento termomecânico utilizado na produção deste aço.

Quanto à modelação anisotrópica do material, a tabela 6.11 indica os dados relativos aos processos de identificação dos modelos de comportamento Swift & Hill 48 e Simo & Hill 48. Comparando os dois modelos de comportamento expostos na tabela, verifica-se que o modelo de comportamento Simo & Hill 48 apresenta: (i) um valor da função objectivo ligeiramente inferior ao modelo Swift & Hill 48, (ii) maior redução do valor da função objectivo, cerca de 66% e (iii) menor número de iterações efectuadas para atingir a convergência.

Analisando visualmente os resultados obtidos para os processos de identificação dos modelos de Swift e Simo com o critério anisotrópico de Hill 48, verifica-se pelas figuras 6.16 a) e b) que tanto num modelo como no outro as 3 curvas de corte numéricas obtidas pelos parâmetros

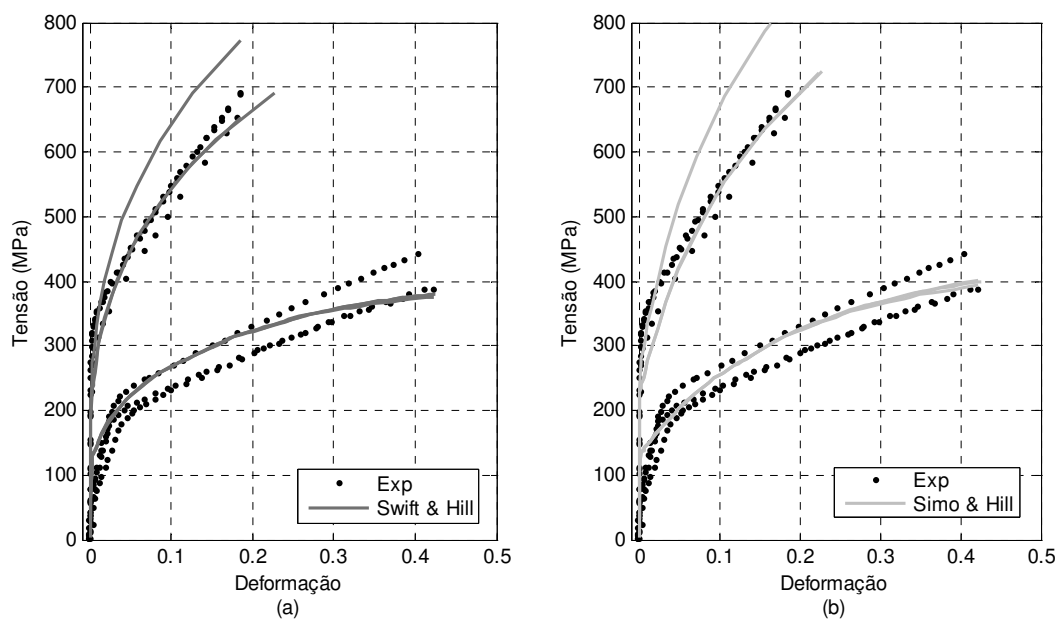
identificados aparecem sobrepostas, bem como as 2 curvas de tracção numéricas a 0° e 45° da DL. No caso das curvas de tracção sobrepostas, a situação é aceitável devido à proximidade de ambas as curvas experimentais. No caso das curvas de corte, as 3 curvas não deveriam estar sobrepostas devido à grande diferença entre a curva experimental de corte a 45° da DL e as curvas experimentais de corte a 0° e 90° (que até são semelhantes). Por outro lado, a curva numérica de tracção a 90° da DL apresenta um desempenho mecânico superior à curva experimental correspondente e apresenta uma diferença muito acentuada em relação às curvas numéricas de tracção a 0° e 45°. De acordo com as curvas experimentais esta diferença obtida não faz sentido.



**Figura 6.15** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação para os modelos de (a) Swift e (b) Simo com o critério de von Mises para o aço AISI 304\*.

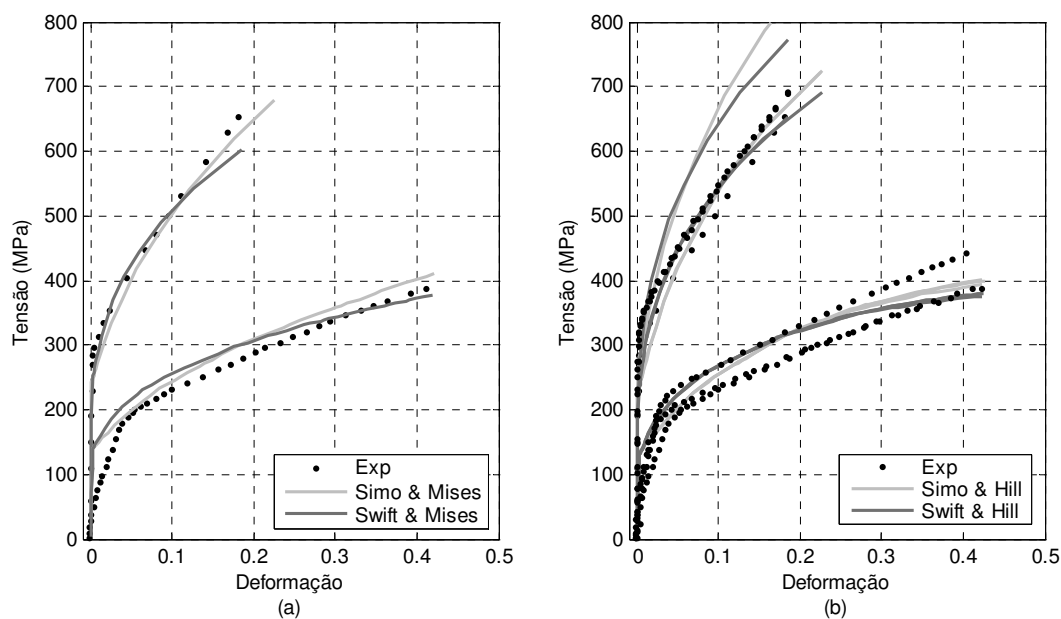
**Tabela 6.11** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço AISI 304\* com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	0.984	0.833	$R_0$	0.984	0.826
$R_{45}$	1.669	1.243	$R_{45}$	1.669	1.334
$R_{90}$	1.129	1.458	$R_{90}$	1.129	1.669
$Y_0$ (MPa)	230	220.7	$\sigma^0$ (MPa)	230	230.3
$K$ (MPa)	900	1067.9	$\sigma^\infty$ (MPa)	500	514.9
$n$	0.25	0.294	$\delta$	9.5	14.9
			$\zeta$ (MPa)	1100	989.1
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	33591	14451.3 (-57%)		41142.8	13939.9 (-66.1%)
Nº iterações		121			75



**Figura 6.16** – Representação das curvas experimentais e numéricas de tracção e de corte obtidas pelo processo de identificação para os modelos (a) de Swift e (b) Simo com o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304\*.

Nas figuras 6.17 a) e b) procede-se à comparação dos modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo com o critério isotrópico de von Mises e com o critério anisotrópico de Hill 48, respectivamente. No caso isotrópico do material, é possível eleger o modelo de encruamento de Simo como o que reproduz melhor o comportamento isotrópico do aço AISI 304\*. Porém, no caso anisotrópico torna-se difícil seleccionar o melhor modelo de comportamento, pois as curvas obtidas com os parâmetros identificados não conseguiram reproduzir de forma adequada o comportamento anisotrópico do aço AISI 304\* analisado.



**Figura 6.17** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo (a) em isotropia e (b) em anisotropia para o aço AISI 304\*.



### 6.2.6 Identificação de parâmetros do aço DP 600

Para o aço DP 600 é possível determinar os modelos de comportamento com encruamento misto (isotrópico + cinemático) visto que, além das curvas experimentais de tracção e corte na direcção de laminagem, também se possui 3 curvas de ensaios de Bauschinger com inversão a 10, 20 e 30% de deformação. Contudo, como não se tem as curvas de tracção e corte a 45° e 90° da DL não se pode realizar a identificação de parâmetros considerando anisotropia do material.

Assim sendo, apenas se realiza o processo de identificação para modelos de encruamento isotrópico e misto considerando o critério de von Mises. A tabela 6.12 apresenta os dados dos processos de identificação efectuados com encruamento isotrópico através das leis de Swift e Simo. A tabela 6.13 apresenta as informações dos processos de identificação efectuadas com encruamento misto, através das combinações das componentes isotrópicas de Swift e Simo com a componente cinemática de Chaboche.

**Tabela 6.12** – Identificação dos parâmetros de encruamento isotrópico das leis de Swift e Simo para o aço DP 600 com o critério de von Mises.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	300	291.7	$\sigma^0$ (MPa)	300	314.2
$K$ (MPa)	900	920.9	$\sigma^\infty$ (MPa)	700	631.1
$n$	0.21	0.207	$\delta$	12	16.2
			$\zeta$ (MPa)	900	374.3
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	183842	182460.1 (-0.8%)		194068.3	175131.5 (-9.8%)
Nº iterações		24			66

**Tabela 6.13** – Identificação dos parâmetros de encruamento misto das leis de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche para o aço DP 600 com o critério de von Mises.

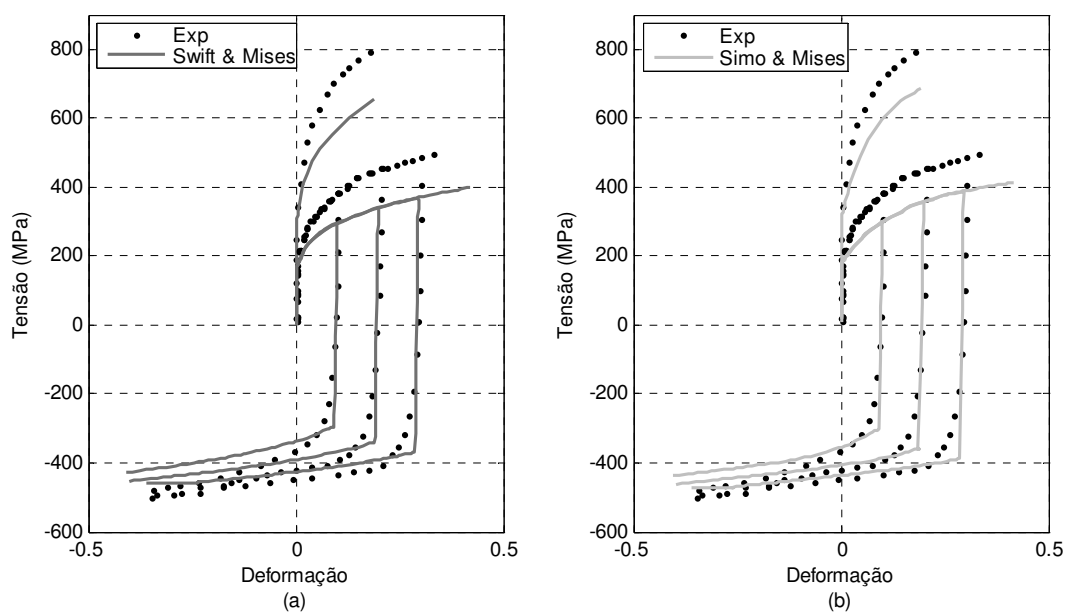
Swift + Chaboche			Simo + Chaboche		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$C$ (MPa)	1100	1061.6	$C$ (MPa)	1100	295.8
$\gamma$	35	34.2	$\gamma$	35	36.3
$Y_0$ (MPa)	300	302.6	$\sigma^0$ (MPa)	330	261.9
$K$ (MPa)	900	912.5	$\sigma^\infty$ (MPa)	600	596.1
$n$	0.21	0.208	$\delta$	16	23.3
			$\zeta$ (MPa)	400	404.8
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	177624.9	177267.2 (-0.2%)		177455.2	174050.1 (-1.9%)
Nº iterações		26			71

Observando as duas tabelas, 6.12 e 6.13, constata-se que tanto nos processos de identificação dos modelos de encruamento isotrópico como nos de encruamento misto, o modelo que incorpora o encruamento isotrópico de Simo apresenta menor valor da função objectivo e apresenta convergência mais lenta, pois precisa de um maior número de iterações. Por outro

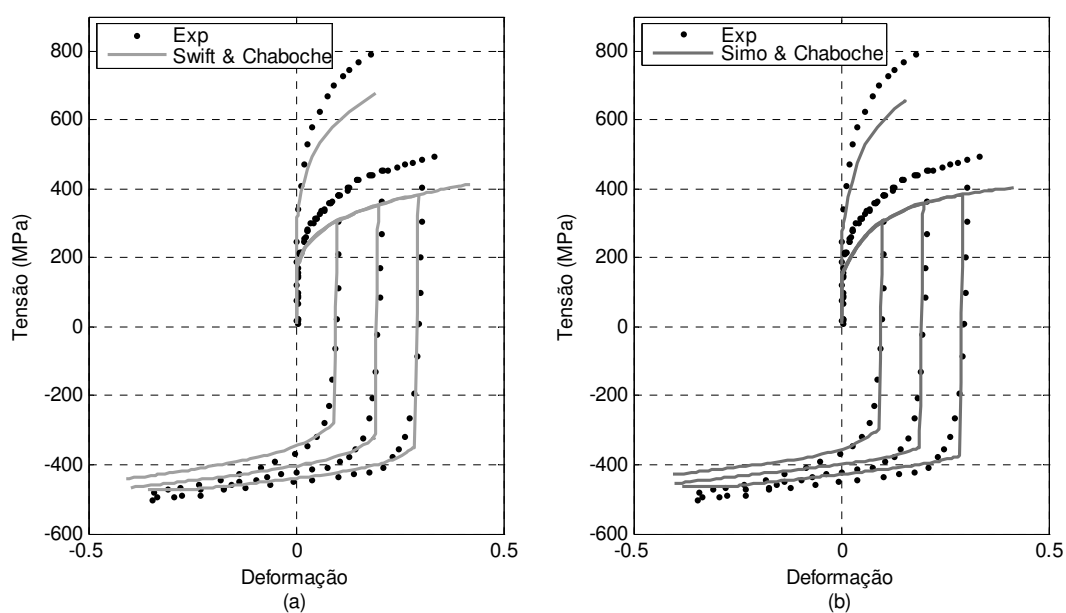
lado, deveria verificar-se um decréscimo acentuado do valor da função objectivo entre os modelos de encruamento unicamente isotrópico e os modelos de encruamento misto, pois a combinação isotrópica e cinemática do encruamento permite caracterizar melhor o comportamento do material. No entanto, tal não acontece pois o decréscimo do valor das funções objectivo não foi significativo. Verifica-se também que as reduções do valor das funções objectivo referentes aos modelos que incorporam a lei de encruamento de Swift não chegaram a atingir 1%. Isto revela que os valores iniciais definidos para os parâmetros estão muito próximos de um mínimo da função objectivo (pelo menos mínimo local).

A partir das figuras 6.18 a) e b) e 6.19 a) e b) é possível visualizar, respectivamente, os resultados numéricos obtidos com os processos de identificação dos modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo e os modelos de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche. Averigua-se tanto para os modelos de encruamento isotrópico como misto que as curvas numéricas de tracção e de corte obtidas com os parâmetros identificados não conseguem alcançar as correspondentes curvas experimentais. Em ambos os casos se deve ao facto dos ensaios de Bauschinger tendencialmente atraírem as curvas numéricas de tracção e corte. Pois, visto que estão em maior número acabam por ter mais influência, e assim, o processo de identificação evolui naturalmente para o sentido das curvas de tracção e corte numéricas não conseguirem reproduzir exemplarmente as curvas de tracção e corte experimentais.

Por outro lado, comprova-se que a descrição da componente cinemática dos ensaios de Bauschinger não foi acentuada nos modelos de comportamento com encruamento misto. Esta situação foi prevista quando se comparou os valores das funções objectivo presentes nas tabelas 6.12 e 6.13.

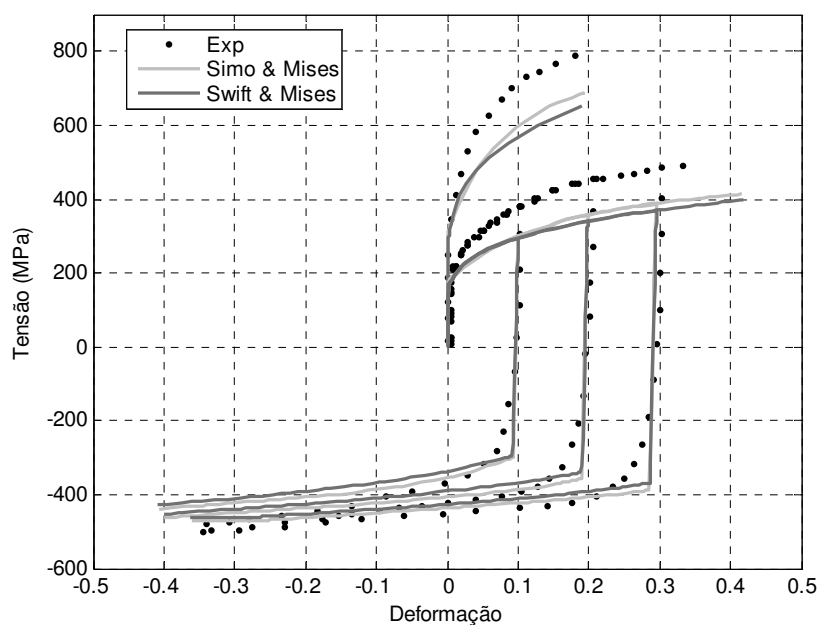


**Figura 6.18** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico (a) de Swift e (b) Simo utilizando o critério de von Mises para o aço DP600.



**Figura 6.19** - Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento misto de (a) Swift + Chaboche e (b) Simo+ Chaboche com o critério de von Mises para o aço DP600.

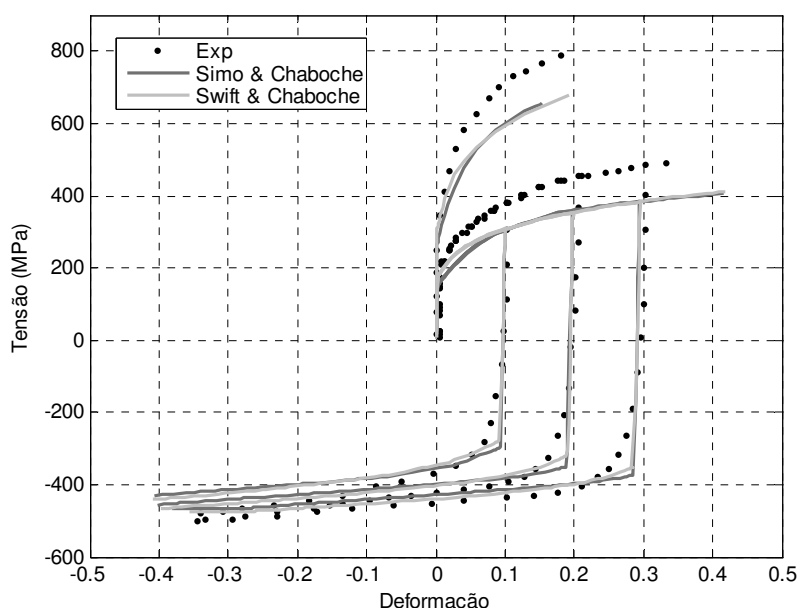
A figura 6.20 apresenta a sobreposição dos modelos de comportamento com encruamento isotrópico. O modelo constituído pela lei de encruamento de Simo apresenta melhor resultado.



**Figura 6.20** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço DP 600.

A figura 6.21 mostra a sobreposição dos dois modelos de encruamento misto considerados. É possível expressar qualitativamente que a combinação mista de encruamento

isotrópico de Swift com o encruamento cinemático de Chaboche, apesar de ter um maior valor da função objectivo, aparenta representar melhor o comportamento do aço DP 600.



**Figura 6.21** – Comparação do desempenho das leis de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche com os parâmetros identificados utilizando o critério de von Mises para o aço DP 600.

### 6.2.7 Identificação de parâmetros do aço AISI 304

A identificação de parâmetros de modelos de comportamento para o aço AISI 304 foi feita com base nos 9 ensaios experimentais apresentados anteriormente. Assim, para este aço inoxidável AISI 304, através dos seus ensaios de tracção e de corte nas 3 direcções de ortotropia e dos seus 3 ensaios de Bauschinger é possível determinar: modelos de comportamento com encruamento isotrópico e encruamento misto considerando isotropia do material e modelos de encruamento isotrópico considerando o material anisotrópico (critério de plasticidade de Hill 48).

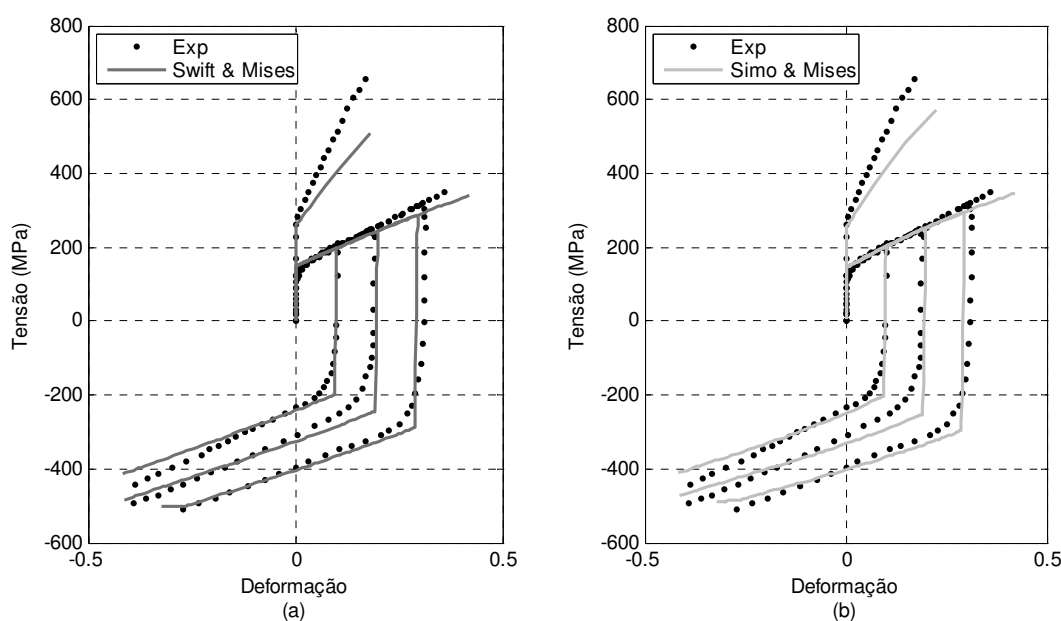
As tabelas 6.14 e 6.15 mostram os resultados dos processos de identificação efectuados tomando isotropia do material e considerando encruamento isotrópico e misto, respectivamente.

**Tabela 6.14** – Identificação dos parâmetros de encruamento dos modelos isotrópicos para o aço AISI 304 com o critério de von Mises.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	200	259.9	$\sigma^0$ (MPa)	200	252.2
$K$ (MPa)	850	1239.7	$\sigma^\infty$ (MPa)	530	432.9
$n$	0.25	0.742	$\delta$	5.9	6.04
			$\zeta$ (MPa)	630	841.3
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	66864.6	59292 (-11.3%)		57103.2	55707.7 (-2.4%)
Nº iterações		62			42

Pela análise da tabela 6.14 é possível aferir que o modelo de comportamento isotrópico com a lei de encruamento de Simo possui um valor final da função objectivo ligeiramente inferior em relação ao modelo de comportamento isotrópico com lei de encruamento de Swift. Isto significa numericamente que o processo de identificação do modelo de comportamento de Simo apresenta melhor resultado. As figuras 6.22 a) e b) apresentam as curvas obtidas com os parâmetros identificados para os modelos de comportamento correspondentes à tabela 6.14.

As figuras 6.22 a) e b) apresentam as curvas experimentais dos ensaios de tracção e de corte a 0° da DL e dos 3 ensaios de Bauschinger com inversão a 10, 20 e 30% de deformação bem como as curvas numéricas correspondentes obtidas utilizando os parâmetros do processo de identificação dos modelos de comportamento isotrópico com a lei de encruamento de Swift e a lei de encruamento de Simo, respectivamente. Pela análise das figuras é possível ver que, exceptuando a curva de tracção, a curva de corte e as 3 curvas de Bauschinger são bem reproduzidas. O processo de identificação possui maior dificuldade em replicar correctamente a curva de tracção visto que a incidência da curva de corte e das curvas de Bauschinger (que são ensaios de corte mas com inversão) é traduzida numa maior influência no processo descurando-se assim o ensaio de tracção.



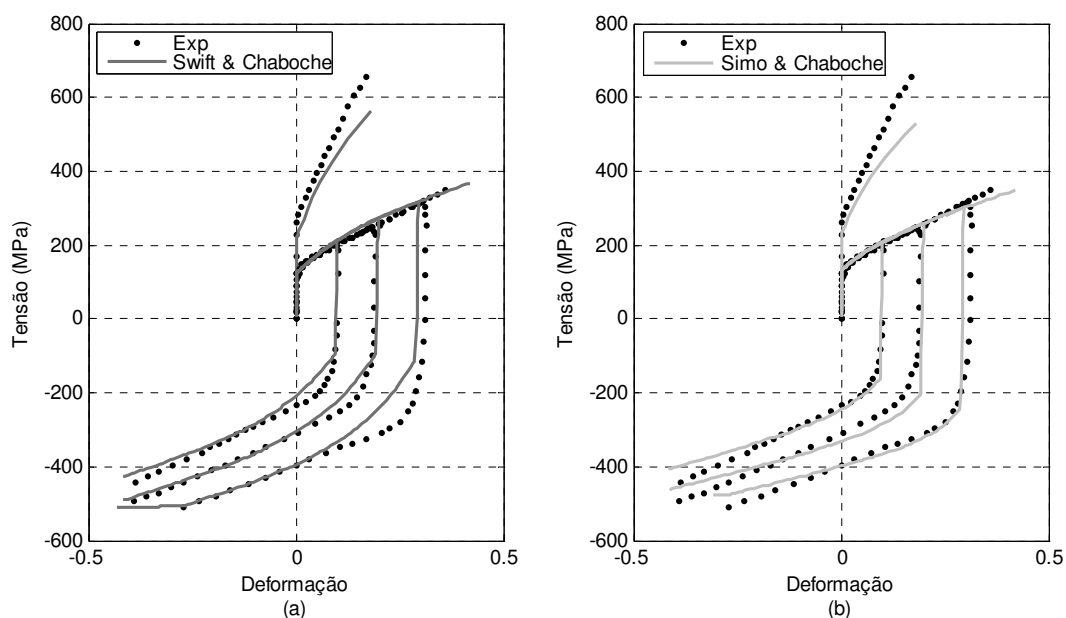
**Figura 6.22** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação com encruamento isotrópico de (a) Swift e (b) Simo utilizando o critério de von Mises para o aço AISI 304.

Pela análise da tabela 6.15, que apresenta os dados das identificações efectuadas considerando os modelos de encruamento misto Swift+Chaboche e Simo+Chaboche com isotropia do material, é possível verificar o seguinte dado: o modelo de encruamento combinado Swift+Chaboche possui um valor final da função objectivo muito mais baixo que o modelo de comportamento com Simo+Chaboche. Isto indicia que os resultados do processo de identificação do modelo Swift+Chaboche são melhores. A figura 6.23 representa as curvas obtidas para estes modelos de comportamento com os parâmetros identificados.

**Tabela 6.15** – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento misto para o aço AISI 304 com o critério de von Mises.

Swift + Chaboche			Simo + Chaboche		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$C$ (MPa)	1000	2522.7	$C$ (MPa)	1100	1452.9
$\gamma$	28	11.8	$\gamma$	28	27.9
$Y_0$ (MPa)	200	216.2	$\sigma^0$ (MPa)	250	229.9
$K$ (MPa)	800	893.2	$\sigma^\infty$ (MPa)	550	446.2
$n$	0.25	1.11	$\delta$	6.0	4.8
			$\zeta$ (MPa)	800	695.1
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	60279.5	36978.5 (-38.7%)		73641.5	54083.7 (-26.6%)
Nº iterações		104			94

Visualizando as figuras 6.23 a) e b) verifica-se que a introdução da componente cinemática permite caracterizar muito melhor o comportamento do material. Tanto na identificação do modelo de comportamento de Swift+Chaboche como na identificação do modelo de comportamento de Simo+Chaboche se verifica uma definição bastante condizente dos 5 ensaios experimentais considerados. O ensaio de tracção, apesar das razões acima mencionadas, consegue ser aproximado pelos processos de identificação dos modelos de comportamento com encruamento misto de uma forma relativamente próxima. Quanto aos ensaios de Bauschinger e ao ensaio de corte, estes ensaios são satisfatoriamente reproduzidos. Nestes dois processos de identificação de parâmetros obtiveram-se resultados bastante satisfatórios.

**Figura 6.23** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento misto de (a) Swift+Chaboche e (b) Simo+Chaboche e com o critério de von Mises para o aço AISI 304.

As identificações de parâmetros dos modelos de comportamento efectuadas combinando os modelos de encruamento isotrópico de Swift e Simo com o critério anisotrópico de Hill 48 são apresentadas na tabela 6.16. Pela análise da tabela, deduz-se que o modelo de comportamento Simo & Hill 48 apresenta melhores resultados pois possui um valor final da função objectivo bastante menor. Este é cerca de metade do valor final da função objectivo do modelo Swift & Hill 48.

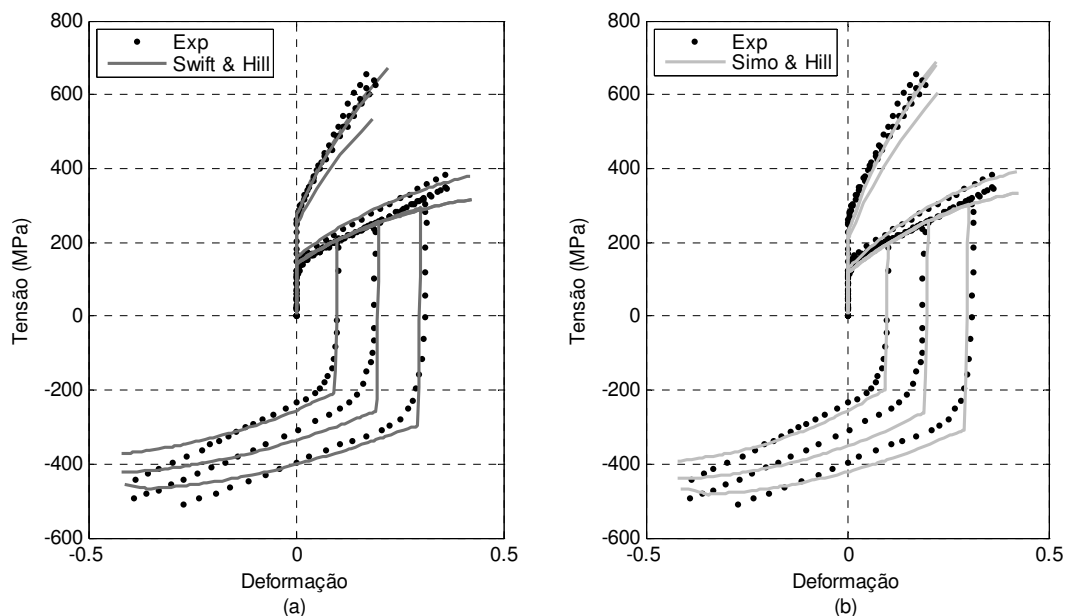
**Tabela 6.16** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	0.90	0.935	$R_0$	0.90	0.913
$R_{45}$	1.28	1.257	$R_{45}$	1.28	1.199
$R_{90}$	0.86	0.887	$R_{90}$	0.86	0.878
$Y_0$ (MPa)	280	274.11	$\sigma^0$ (MPa)	200	224.2
$K$ (MPa)	1240	1315.3	$\sigma^\infty$ (MPa)	530	634.6
$n$	0.50	0.504	$\delta$	5.9	6.37
			$\zeta$ (MPa)	630	725.5
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	98677.2	94785.2 (-3.9%)		82794.7	54003.1 (-34.8%)
Nº iterações		80			58

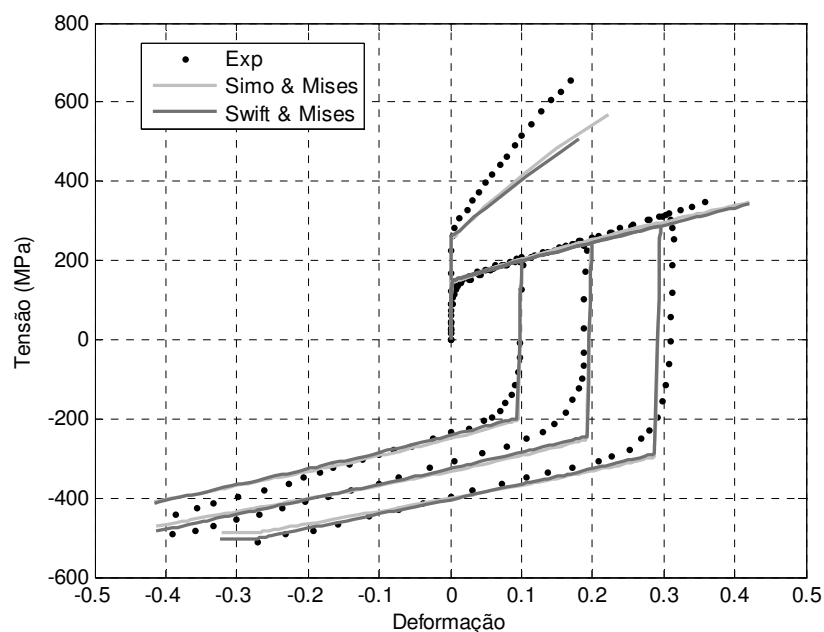
As figuras 6.24 a) e b) apresentam as curvas numéricas obtidas pelo processo de identificação dos modelos de comportamento de Swift e Simo com o critério anisotrópico de Hill 48. Salienta-se que neste processo se recorreu a todos os ensaios experimentais disponíveis. Em ambas as figuras se verifica que as curvas numéricas de tracção e de corte a 0° e 90° da DL aparecem quase sobrepostas. No caso de tracção, as curvas deveriam estar mais afastadas mas no caso de corte era expectável que a possível sobreposição das curvas ocorresse, visto que as curvas experimentais são semelhantes. Quanto às curvas numéricas de tracção e corte a 45° da DL ocorre o previsto considerando as curvas experimentais, ou seja, a curva de corte a 45° é superior às curvas de corte a 0° e 90° da DL e a curva de tracção a 45° é inferior às curvas de corte a 0° e 90° da DL. No entanto, esta não deveria estar situada tão abaixo das outras duas curvas de tracção.

Após a análise individual dos modelos de comportamento sujeitos a identificação de parâmetros deste aço AISI 304 promove-se a sobreposição dos resultados obtidos para os diferentes modelos de comportamento. Na figura 6.25 apresenta-se os modelos de comportamento com encruamento isotrópico utilizando o critério isotrópico de von Mises. Os modelos de comportamento com encruamento misto e critério isotrópico de von Mises são apresentados na figura 6.26. Os modelos de comportamento com encruamento isotrópico e critério anisotrópico de Hill 48 são sobrepostos na figura 6.27. Comparando o desempenho dos diferentes modelos de comportamento presentes nas figuras 6.25 e 6.27 verifica-se que os modelos de comportamento com encruamento isotrópico em isotropia e em anisotropia do material, respectivamente, apresentam um comportamento similar. No caso dos modelos de

encruamento misto, Swift+Chaboche e Simo+Chaboche sobrepostos na figura 6.26, evidenciam-se algumas diferenças visuais entre si. Verifica-se um melhor desempenho com os parâmetros identificados para o modelo Simo+Chaboche. Por outro lado, conclui-se que: (i) quanto mais complexo é o modelo de comportamento melhor é o seu desempenho na reprodução das curvas experimentais e (ii) quanto maior o número de ensaios experimentais utilizados mais eficiente é a caracterização do comportamento mecânico do material.

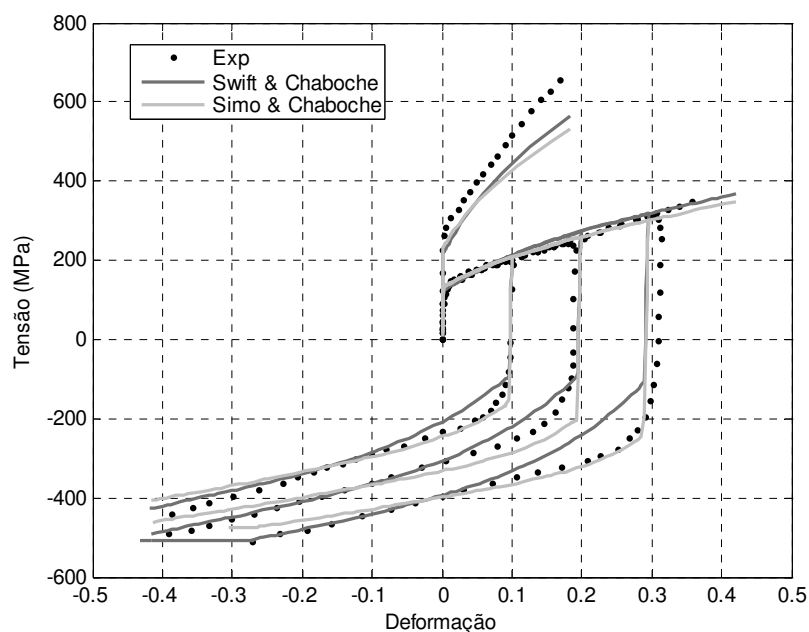


**Figura 6.24** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico de (a) Swift e (b) Simo utilizando o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304.

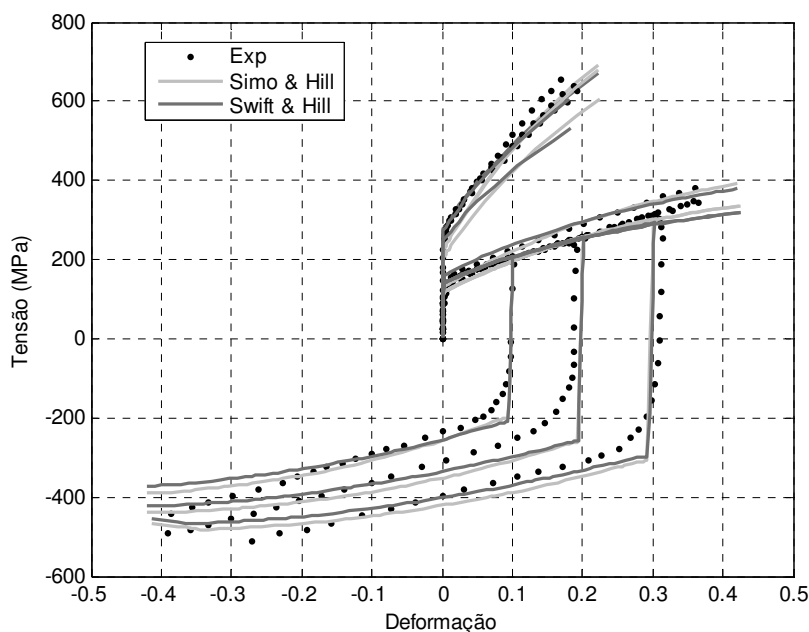


**Figura 6.25** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo obtidas com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304.





**Figura 6.26** – Comparação do desempenho das leis de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche obtidas com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304.



**Figura 6.27** - Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304.

### 6.2.8 Identificação de parâmetros do aço AISI 316L

À semelhança do aço AISI 304, o aço AISI 316L também apresenta as curvas tensão-deformação de tracção e de corte nas 3 direcções de ortotropia e as curvas de Bauschinger a 10, 20 e 30% de

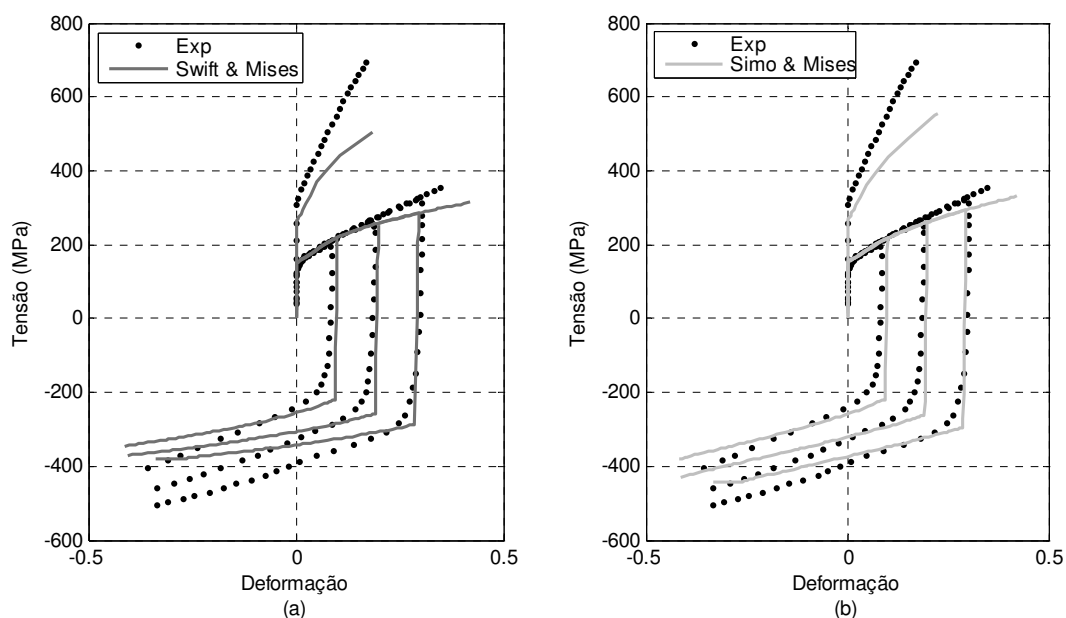
deformação. Assim, os modelos de comportamento identificados são os mesmos que foram considerados para o aço AISI 304.

As tabelas 6.17 e 6.18 apresentam as informações mais importantes dos processos de identificação dos modelos de comportamento considerando isotropia do aço com encruamento isotrópico e com encruamento misto, respectivamente. Examinando os dados da tabela 6.17 percebe-se que o modelo de comportamento com encruamento isotrópico de Simo e com critério isotrópico de von Mises reproduz suavemente melhor o comportamento do aço AISI 316L visto que possui um valor final da função objectivo inferior.

As figuras 6.28 e 6.29 apresentam, respectivamente, os modelos de comportamento em isotropia com encruamento isotrópico e com encruamento misto otimizados para o aço AISI 316L.

**Tabela 6.17** – Identificação dos parâmetros de encruamento isotrópico para o aço AISI 316L com o critério de von Mises.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$Y_0$ (MPa)	270	261.7	$\sigma^0$ (MPa)	270	266.3
$K$ (MPa)	900	789.2	$\sigma^\infty$ (MPa)	550	391.3
$n$	0.25	0.28	$\delta$	12.0	14.8
			$\zeta$ (MPa)	950	753.7
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	110852.1	98720.2 (-10.9%)		131689.2	96383.8 (-26.8%)
Nº iterações		33			41



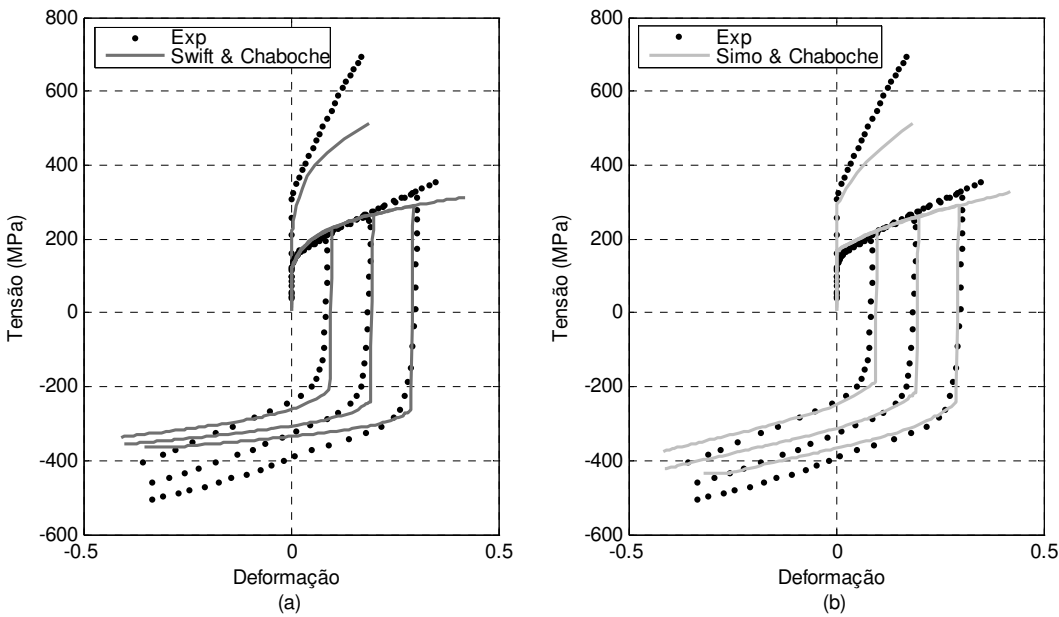
**Figura 6.28** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico (a) de Swift e (b) Simo utilizando o critério de von Mises para o aço AISI 316L.

Através da simples visualização dos gráficos a) e b) da figura 6.28 é perceptível o melhor desempenho do modelo de comportamento Simo & Mises, principalmente, na reprodução dos ensaios de Bauschinger.

Relativamente aos modelos de comportamento com encruamento misto, verifica-se que o modelo que incorpora a lei de encruamento de Simo possui menor valor final da função objectivo, como é demonstrado na tabela 6.18. Pode depreender-se que o modelo com a lei de encruamento de Simo permite caracterizar melhor este aço do que o modelo com a lei de Swift. Comparando os gráficos a) e b) da figura 6.29 verifica-se que o modelo de encruamento misto composto pela lei de encruamento isotrópica de Simo e pela lei de encruamento cinemática de Chaboche consegue caracterizar melhor o comportamento do aço AISI 316L.

**Tabela 6.18** – Identificação dos parâmetros de encruamento misto para o aço AISI 316L com o critério de von Mises.

Swift + Chaboche			Simo + Chaboche		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$C$ (MPa)	1000	705.4	$C$ (MPa)	1100	976.9
$\gamma$	45.0	39.2	$\gamma$	32	22.1
$Y_0$ (MPa)	200	208.6	$\sigma^0$ (MPa)	270	289.9
$K$ (MPa)	850	891.2	$\sigma^\infty$ (MPa)	450	345.7
$n$	0.20	0.22	$\delta$	12.0	10.9
			$\zeta$ (MPa)	800	732.8
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	117409.3	95408.7 (-18.7%)		105830.4	93887.8 (-11.3%)
Nº iterações		54			57

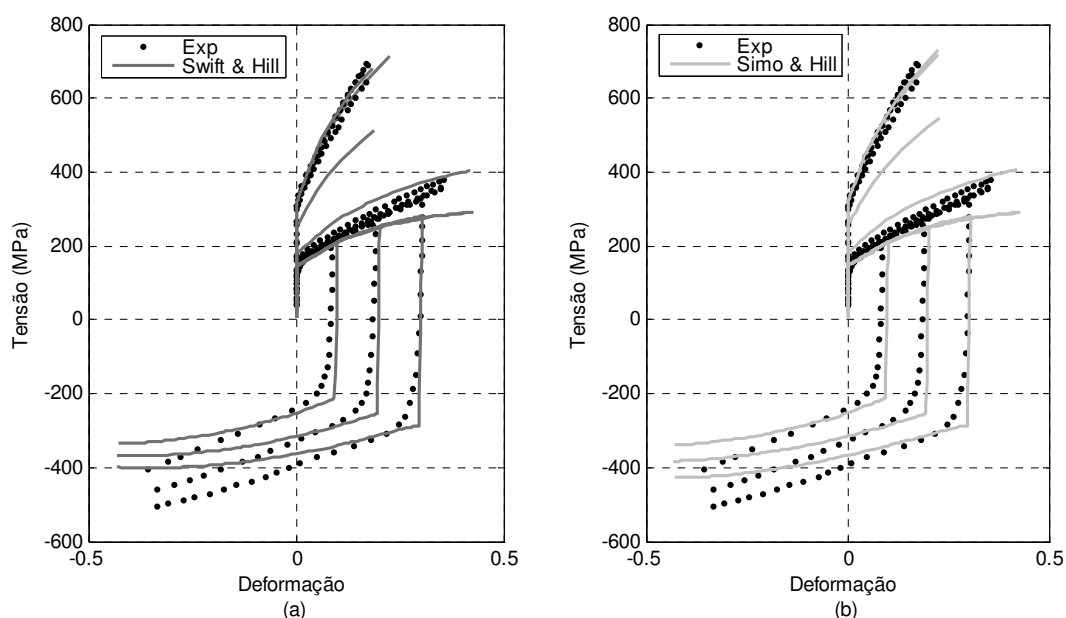


**Figura 6.29** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento misto de (a) Swift+Chaboche e (b) Simo+Chaboche com o critério de von Mises para o aço AISI 316L.

Quanto à identificação de parâmetros dos modelos de comportamento conjugando encruamento isotrópico pelas leis de Swift e Simo com anisotropia do material através do critério de Hill 48 constata-se, pela tabela 6.19, que ambos os modelos apresentam praticamente o mesmo valor final da função objectivo. Deste modo, ambos os modelos de comportamento devem apresentar um desempenho muito semelhante. As figuras 6.30 a) e b) apresentam os resultados numéricos obtidos pelos parâmetros identificados para os modelos de comportamento de Swift & Hill 48 e Simo & Hill 48. Estas figuras permitem certificar a evidência enunciada.

**Tabela 6.19** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico para o aço AISI 316L com o critério de Hill 48.

Swift			Simo		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	0.750	0.902	$R_0$	0.750	0.859
$R_{45}$	1.170	1.725	$R_{45}$	1.170	1.673
$R_{90}$	0.910	0.961	$R_{90}$	0.910	0.899
$Y_0$ (MPa)	270	310.2	$\sigma^0$ (MPa)	270	316.3
$K$ (MPa)	900	1194.4	$\sigma^\infty$ (MPa)	550	490.9
$n$	0.25	0.367	$\delta$	12.0	15.2
			$\zeta$ (MPa)	950	1059.0
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	96968.2	91060.8 (-6.1%)		107773.8	90850.6 (-15.7%)
Nº iterações	47			82	

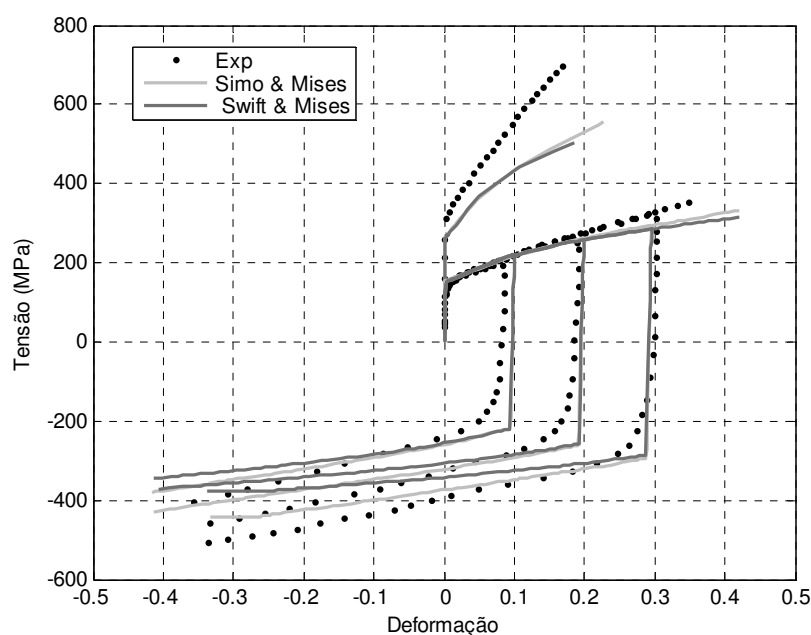


**Figura 6.30** – Representação das curvas experimentais e das curvas numéricas obtidas pelos processos de identificação dos modelos com encruamento isotrópico de (a) Swift e (b) Simo utilizando o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 316L.

Observando as figuras 6.30 a) e b) verifica-se que ambos os modelos, no caso dos ensaios de tracção, apresentam as curvas numéricas a 0° e 90° praticamente coincidentes e com um desempenho próximo das respectivas curvas experimentais. No entanto, têm dificuldade em reproduzir correctamente o ensaio de tracção a 45° da DL, pois a curva numérica encontra-se muito abaixo da curva experimental. Por outro lado, no caso dos ensaios de corte, ambos os modelos apresentam as curvas numéricas a 0° e 90° da DL quase coincidentes. Contudo, a reprodução numérica destas curvas experimentais de corte só é minimamente satisfatória até cerca dos 20% de deformação pois, a partir desse valor de deformação, as curvas numéricas afastam-se das experimentais. Relativamente à curva numérica de corte a 45° da DL verifica-se que esta possui um desempenho ligeiramente superior à correspondente curva experimental. Quanto aos ensaios de Bauschinger verifica-se que não são devidamente acondicionados pelas correspondentes curvas numéricas. Isto já era previsível visto que estes modelos de comportamento não incorporam leis de encruamento cinemático.

Para concluir a análise dos modelos de comportamento identificados para o aço AISI 316L, procede-se à sua sobreposição.

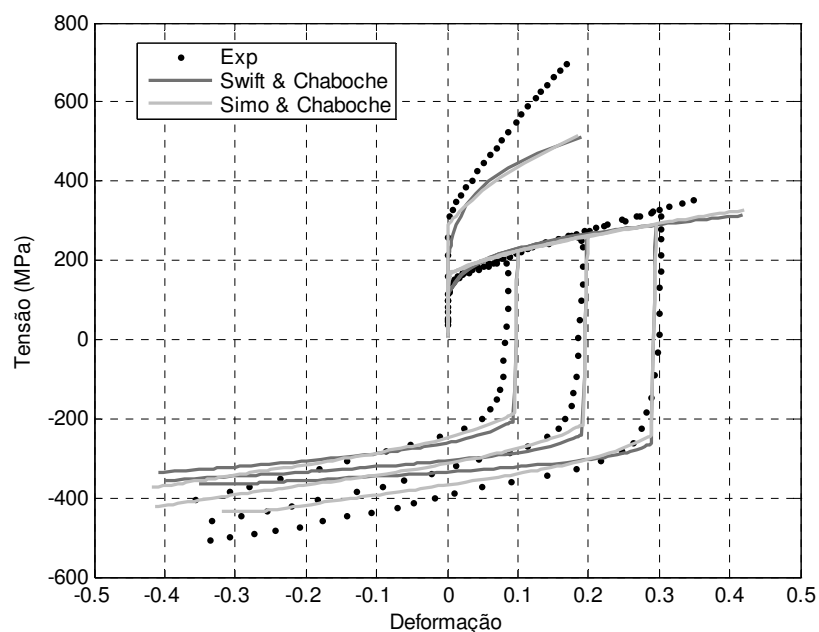
A figura 6.31 compara os modelos de comportamento Swift & Mises e Simo & Mises. Constata-se que o modelo de Simo & Mises apresenta melhor desempenho mas não é suficiente para reproduzir correctamente as curvas experimentais.



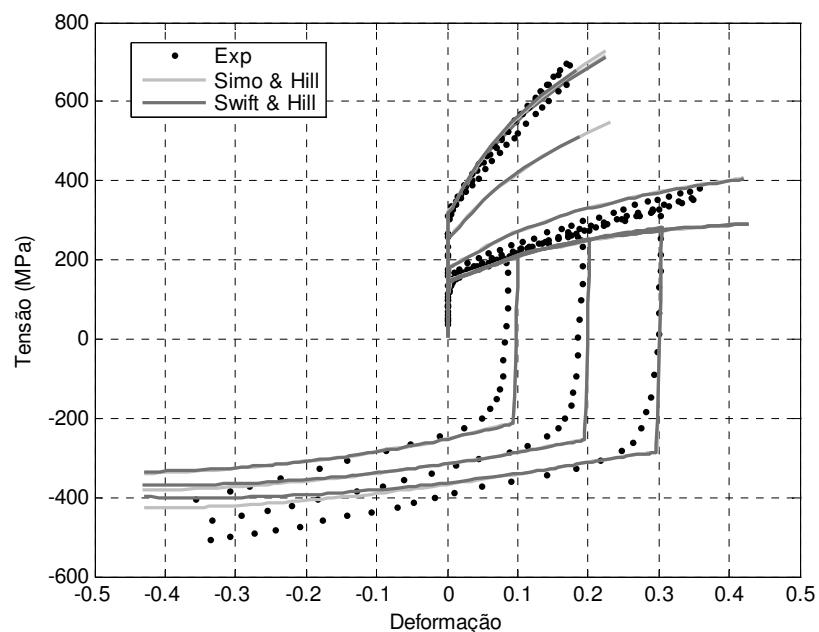
**Figura 6.31** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 316L.

Na figura 6.32 confrontam-se os modelos Swift+Chaboche e Simo+Chaboche com o critério de von Mises. O modelo Simo+Chaboche apresenta melhor desempenho. No entanto, e apesar de possuir componente cinemática, a reprodução das curvas não foi a mais desejada.

A figura 6.33 compara os dois modelos de comportamento: Swift & Hill 48 e Simo & Hill 48. Ambos os modelos apresentam um desempenho globalmente muito parecido. Apenas se notam ligeiras diferenças nas curvas numéricas de Bauschinger.



**Figura 6.32** – Comparação do desempenho das leis de encruamento misto de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche com os parâmetros identificados utilizando o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 316L.



**Figura 6.33** – Comparação do desempenho das leis de encruamento isotrópico de Swift e Simo com os parâmetros identificados utilizando critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 316L.

## 7 Análise de Sensibilidade ao Processo de Identificação

### 7.1 Influência dos parâmetros iniciais seleccionados

Anteriormente, foi referido que o processo de optimização com o algoritmo L-M é dependente dos parâmetros iniciais seleccionados. Deste modo, a selecção dos parâmetros iniciais deve ser criteriosa afim de poder proporcionar os melhores resultados possíveis.

Nesta secção, pretende-se analisar o quanto os parâmetros finais optimizados podem originar resultados diferentes em função do ponto de partida inicial. Para isso, estipulou-se 4 conjuntos diferentes de parâmetros iniciais e procedeu-se ao processo de identificação de parâmetros para o modelo de comportamento do aço AISI 304 considerando o critério de Hill 48 e a lei de encruamento isotrópica de Swift. A tabela 7.1 apresenta os valores dos parâmetros iniciais definidos para cada conjunto e a tabela 7.2 apresenta os parâmetros identificados, o valor da função objectivo e o número de iterações que foi necessário em cada processo.

**Tabela 7.1** – Conjuntos de parâmetros iniciais de anisotropia e da lei de encruamento isotrópica de Swift para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48.

Parâmetros Iniciais	Conj. 1	Conj. 2	Conj. 3	Conj. 4
$R_0$	0.9	0.9	1	1
$R_{45}$	1.28	1.28	1	1
$R_{90}$	0.86	0.86	1	1
$Y_0$ (MPa)	280	200	280	250
$K$ (MPa)	1240	850	1200	1000
$n$	0.5	0.25	0.5	0.3

Analisando a tabela 7.1, verifica-se que se optou, nos conjuntos 1 e 2, por iniciar o processo de identificação com os valores dos coeficientes de anisotropia obtidos experimentalmente e que, nos conjuntos 3 e 4, se optou por iniciar a identificação de parâmetros considerando isotropia do material. Por outro lado, optou-se por parâmetros relativos à lei de encruamento de Swift diferentes de conjunto para conjunto.

Quanto à tabela 7.2, verifica-se que os parâmetros otimizados dos 4 conjuntos são todos diferentes, isto denota que em função do ponto de partida inicial, o algoritmo converge para mínimos diferentes da função objectivo. Por outro lado, também se verifica que o conjunto 1 obteve o menor valor final da função objectivo e que o conjunto 2 obteve o maior valor final. O conjunto 2 atingiu um valor final da função objectivo 7.8% superior ao conjunto 1. Deste modo, o conjunto 1 provavelmente apresenta os melhores resultados e caracteriza melhor este modelo de comportamento enquanto para o conjunto 2 acontece o oposto.

**Tabela 7.2** – Conjuntos de parâmetros finais de anisotropia e da lei de encruamento isotrópica de Swift identificados pelo processo para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48.

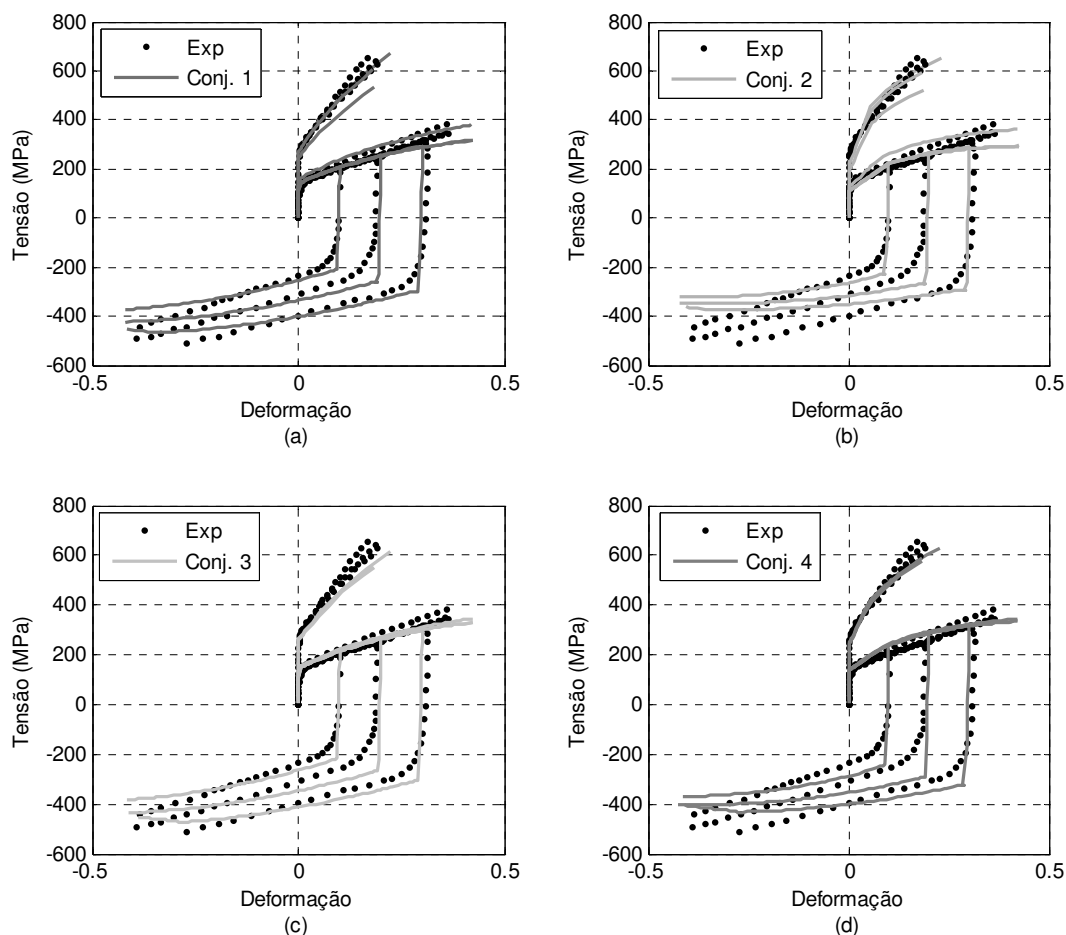
Parâmetros Finais	Conj. 1	Conj. 2	Conj. 3	Conj. 4
$R_0$	0.935	1.024	1.016	1.003
$R_{45}$	1.257	1.389	1.061	1.058
$R_{90}$	0.887	0.915	0.974	1.002
$Y_0$ (MPa)	274.11	221.0	266.4	245.1
$K$ (MPa)	1315.3	951.1	1195.1	981.7
$n$	0.504	0.256	0.507	0.308
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	94785.2	102161.1	97465.9	101936.7
Erro Relativo <sup>10</sup> (%)	100	107.8	102.8	107.5
Nº iterações	80	74	54	47

As figuras 7.1 a), b), c) e d) mostram as curvas obtidas com os parâmetros finais identificados para cada conjunto definido. Pela sua análise é possível comprovar que o conjunto 1 e o conjunto 2 apresentam os melhores e os piores resultados, respectivamente. Note-se também que o conjunto 3 apresenta resultados satisfatórios. No entanto, apresenta tanto as curvas numéricas de tracção como de corte praticamente sobrepostas, o que implica isotropia do material. Este facto apenas deveria acontecer para as curvas numéricas de corte a 0° e 90° da DL, pois as curvas experimentais são coincidentes ou, possivelmente, para as curvas numéricas de tracção a 0° e 45° da DL, pois são próximas. De qualquer forma, através da análise da tabela 7.2 podia verificar-se esta situação, visto que os valores otimizados dos coeficientes de anisotropia para este conjunto estão em torno do valor 1.

Esta análise permite comprovar que os parâmetros finais otimizados resultantes de processos de identificação com algoritmos de gradiente são fortemente influenciados pelos parâmetros iniciais seleccionados pelo utilizador. Deste modo, a selecção dos parâmetros iniciais deve ser feita, sempre, com base no significado físico de cada parâmetro, sendo que uma maior experiência e sensibilidade do utilizador conduzem mais facilmente à obtenção de melhores resultados.

<sup>10</sup> Considerou-se como referência o conjunto 1, pois corresponde ao conjunto de parâmetros iniciais utilizado na identificação de parâmetros deste modelo de comportamento apresentado no capítulo anterior.





**Figura 7.1** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação do modelo com a lei de Swift e o critério de Hill 48 para o aço AISI 304 com (a) conj.1, (b) conj.2, (c) conj.3 e (d) conj.4 de parâmetros.

## 7.2 Influência do peso de cada ensaio na optimização

Nalguns processos de identificação de parâmetros efectuados no capítulo 6 é possível reparar-se que, apesar dos ensaios utilizados para caracterizar os modelos de comportamento possuírem o mesmo peso, o ensaio de tracção não era reproduzido exemplarmente pela curva numérica final obtida através do processo de identificação. Para este facto evidenciado alegou-se como justificação que, devido à utilização de ensaios de corte e de Bauschinger (ensaio de corte mas com inversão), o processo teria mais incidência na caracterização de corte e, deste modo, a caracterização em tracção teria menos influência ao longo do processo de identificação. Assim, as curvas numéricas de tracção seriam um pouco desajustadas comparativamente à curva experimental.

Portanto, a análise da influência do peso de cada ensaio no processo de identificação merece toda a atenção e surge como uma variável a considerar no ajuste do processo de identificação. Assim, para perceber de que modo o peso de cada ensaio influencia o processo, considerou-se 5 conjuntos de pesos diferentes para os ensaios utilizados na identificação dos

parâmetros do modelo de comportamento Swift & Mises do aço AISI 304. A tabela 7.3 apresenta os valores dos pesos de cada ensaio em cada conjunto. Realça-se que, para cada conjunto, a divisão do somatório dos pesos atribuídos pelo número de ensaios é unitária.

Salienta-se que o conjunto 1, composto por pesos unitários para todos os ensaios corresponde à identificação de parâmetros efectuada para o aço AISI 304 na secção 6.2.7.

**Tabela 7.3** – Conjuntos de pesos atribuídos aos diferentes ensaios no processo de identificação dos parâmetros dos modelos com a lei de encruamento de Swift e o critério de von Mises para o aço AISI 304.

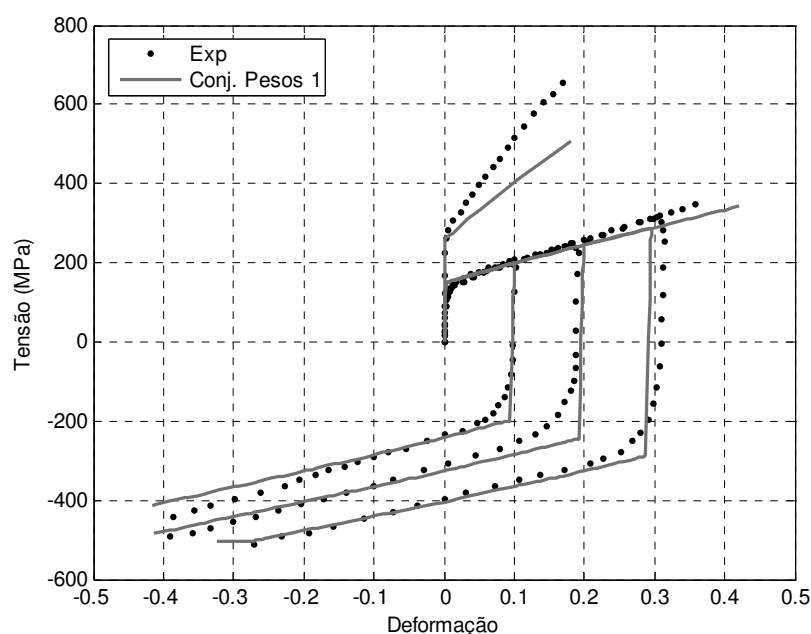
Ensaio	Conj. 1	Conj. 2	Conj. 3	Conj. 4	Conj. 5
Tracção	1	1.4	1	0.8	0.1
Corte	1	0.9	1.3	0.9	1.9
Baus. 10%	1	0.9	0.9	1.1	1
Baus. 20%	1	0.9	0.9	1.1	1
Baus. 30%	1	0.9	0.9	1.1	1

A tabela 7.4, por seu lado, apresenta os resultados obtidos nos processos de identificação com os diferentes conjuntos de pesos. Realça-se que todos os processos de identificação se iniciaram com os mesmos parâmetros iniciais. O conjunto de pesos 4 apresenta o menor valor final da função objectivo sendo inferior ao valor final do conjunto de pesos 1 (conjunto de referência) em cerca de 4.1%. Isto demonstra que através do ajuste do peso dos ensaios é possível diminuir o valor da função objectivo e, à partida, obter melhores resultados. Por outro lado, o conjunto 5 mostra que uma escolha desajustada dos pesos pode elevar bastante o valor do final da função objectivo comparativamente ao valor de referência. Neste caso, o aumento foi de 87%. Também se constata que os parâmetros identificados para o conjunto de pesos 3 são muito próximos dos parâmetros identificados para o conjunto 1. Esta evidência permite concluir que, neste processo de identificação que recorre aos ensaios de tracção e corte na DL e aos 3 ensaios de Bauschinger a 10%, 20% e 30%, manter o peso do ensaio de tracção constante e alterar ligeiramente os pesos dos ensaios de corte e Bauschinger levou praticamente à obtenção dos mesmos parâmetros optimizados. No entanto, destaca-se que o valor da função objectivo foi diferente.

As figuras 7.2 e 7.3 a), b), c) e d) apresentam os resultados obtidos com os diferentes conjuntos de pesos seleccionados. Através da observação das figuras verifica-se que o conjunto de pesos 1 e 3 apresentam resultados semelhantes mas com ligeiras melhorias para o conjunto 1. Por outro lado, constata-se que o conjunto de pesos 4, apesar de possuir menor valor final da função objectivo, visualmente não apresenta os melhores resultados pois as curvas experimentais de Bauschinger não são reproduzidas adequadamente e as curvas numéricas de tracção e corte evidenciam uma taxa de encruamento demasiado baixa. Por fim, constata-se que quanto menor o valor atribuído ao peso do ensaio de tracção, melhor é o desempenho da curva numérica de tracção obtida comparativamente à experimental. Esta situação é comprovada pelos conjuntos de pesos 4 e 5, pois nestes diminuiu-se o valor do peso atribuído ao ensaio de tracção e obteve-se melhores aproximações a esta curva experimental. Isto implica que para fazer prevalecer a importância deste ensaio no processo de identificação devemos reduzir o valor do seu peso. Este facto está de acordo com a equação 4.1, onde o peso de cada ensaio é definido em denominador.

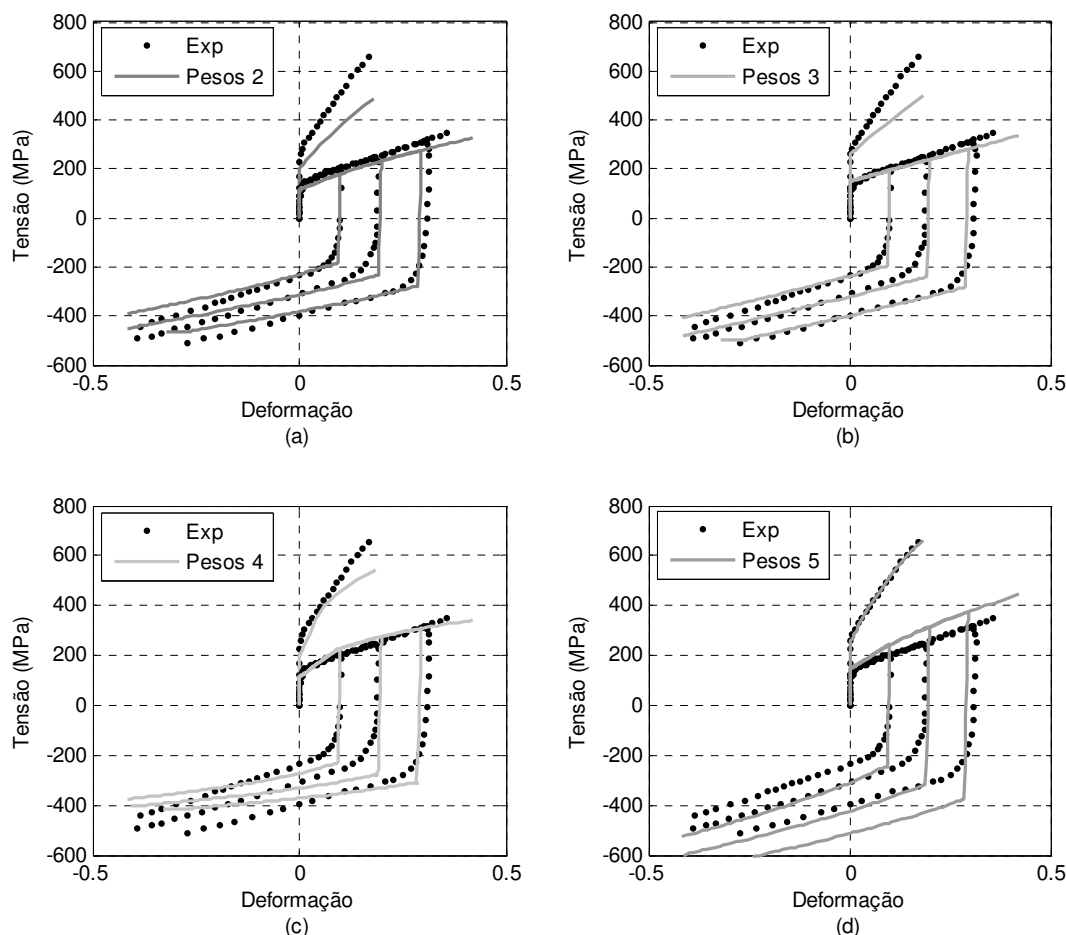
**Tabela 7.4** – Identificação dos parâmetros dos modelos de comportamento com a lei de Swift e o critério de von Mises para o aço AISI 304 com os diferentes conjuntos de pesos estipulados.

Parâmetros	Iniciais	Óptimos				
		Conj. 1	Conj. 2	Conj. 3	Conj. 4	Conj. 5
$Y_0$ (MPa)	200	259.9	202.9	259.8	200	253.4
$K$ (MPa)	850	1239.7	1131.9	1235.1	868.43	1494.4
$n$	0.25	0.742	0.567	0.803	0.279	0.523
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	-	59292.0	64958.9	70263.9	56900.3	110890.4
Erro Relativo <sup>11</sup> (%)	-	100	109.6	118.5	95.9	187
Nº iterações	-	62	96	93	28	79

**Figura 7.2** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de Swift e o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 utilizando o conjunto de pesos 1.

No caso dos processos de identificação efectuados neste trabalho, verificou-se que nas identificações de parâmetros recorrendo a 9 ensaios experimentais o peso unitário atribuído não teve influência no resultado das optimizações mas, nos processos de identificação utilizando os ensaios experimentais de tracção e corte na DL e de Bauschinger a 10, 20 e 30% o ajuste do peso dos ensaios pode levar a um melhor desempenho geral do processo.

<sup>11</sup> Considerou-se como referência o conjunto de pesos 1, pois corresponde ao conjunto de pesos utilizado na identificação de parâmetros deste modelo de comportamento apresentado no capítulo anterior.



**Figura 7.3** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de Swift e o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 com (a) conj.2, (b) conj.3, (c) conj.4 e (d) conj.5 de pesos.

### 7.3 Influência do tipo de método de otimização

O método de otimização utilizado em todas as identificações apresentadas no capítulo 6 consiste no algoritmo baseado no gradiente composto pelo método de Levenberg-Marquardt e pelo método do maior declive. Apesar de possuir uma convergência bastante rápida e, deste modo, o processo de otimização ocorrer em tempo de cálculo reduzido, este algoritmo é pouco robusto na procura do mínimo global da função objectivo. Como tal, pode incorrer com alguma facilidade num mínimo local. Para este algoritmo, uma selecção criteriosa e responsável dos parâmetros iniciais toma vital importância no sucesso da optimização de identificação de parâmetros realizada.

A utilização de um método de optimização mais robusto à convergência em mínimos locais e que não dependa necessariamente dos parâmetros iniciais seleccionados, como é o caso dos algoritmos evolucionários, pode conduzir a resultados mais interessantes. Contudo, os processos de optimização utilizando este método são demasiado lentos, necessitando de tempos

de cálculo muitas vezes inoportáveis. Esta desvantagem constitui a principal razão por não se ter adoptado um método de optimização evolucionário nos processos de identificações de parâmetros do capítulo anterior.

No entanto, do ponto de vista da variação do processo de identificação de parâmetros, torna-se interessante comparar os resultados obtidos para ambos os métodos de optimização enunciados.

Deste modo, realizou-se o processo identificação de parâmetros recorrendo a um algoritmo evolucionário para dois modelos de comportamento do aço AISI 304. O primeiro, corresponde ao modelo de comportamento constituído por encruamento misto com as leis de Swift e Chaboche utilizando o critério isotrópico de von Mises e o segundo modelo identificado é constituído pela lei de encruamento isotrópica de Simo e pelo critério de plasticidade anisotrópico de Hill 48.

Os processos de identificação utilizando algoritmos evolucionários, em vez de partirem inicialmente de uma única solução, partem de uma população inicial de soluções que podem ser determinadas aleatoriamente. No caso das optimizações efectuadas, a população inicial foi composta por 15 conjuntos diferentes de possíveis soluções. Um desses conjuntos iniciais foi definido com os mesmos parâmetros iniciais utilizados nas identificações de parâmetros em que se usou o algoritmo de gradiente. Por outro lado, ambas as optimizações efectuadas com o algoritmo evolucionário foram limitadas ao número máximo de 2000 gerações. Salienta-se que este número é reduzido para um algoritmo deste tipo.

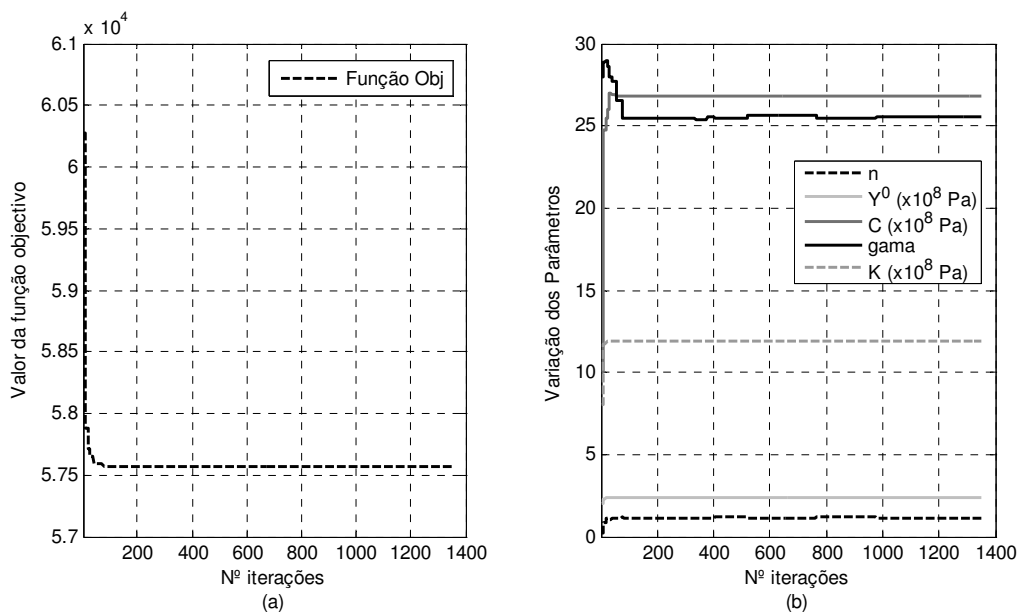
A tabela 7.5 apresenta os resultados dos processos de identificação utilizando o algoritmo baseado no gradiente e o algoritmo evolucionário para o modelo de comportamento com as leis de encruamento de Swift e Chaboche utilizando o critério de von Mises, para o aço AISI 304.

**Tabela 7.5** – Identificação dos parâmetros dos modelos de encruamento misto considerando as leis de Swift e de Chaboche para o aço AISI 304 com o critério de von Mises utilizando os algoritmos Levenberg-Marquardt e Evolucionário.

Parâmetros	Iniciais	Óptimos	
		L-M	Evolucionário
$C$ (MPa)	1000	2522.7	2685.4
$\gamma$	28	11.8	25.6
$Y_0$ (MPa)	200	216.2	236.7
$K$ (MPa)	800	893.2	1194.1
$n$	0.25	1.11	1.165
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	60279.5	36978.5 (-38.7%)	57570.6 (-4.5%)
Nº avaliações	-	104	1353

Observando a tabela 7.5 averigua-se que o valor final da função objectivo obtido com o algoritmo evolucionário foi superior ao valor final da função objectivo relativa ao algoritmo L-M. A redução do valor final obtido pelo algoritmo L-M foi de 38.7% enquanto pelo algoritmo evolucionário foi de apenas 4.5%. Esta situação, à partida, não era expectável visto que o algoritmo evolucionário possui maior robustez e, conseqüentemente, deve proporcionar um menor valor final da função objectivo. Realça-se também que a optimização efectuada com o

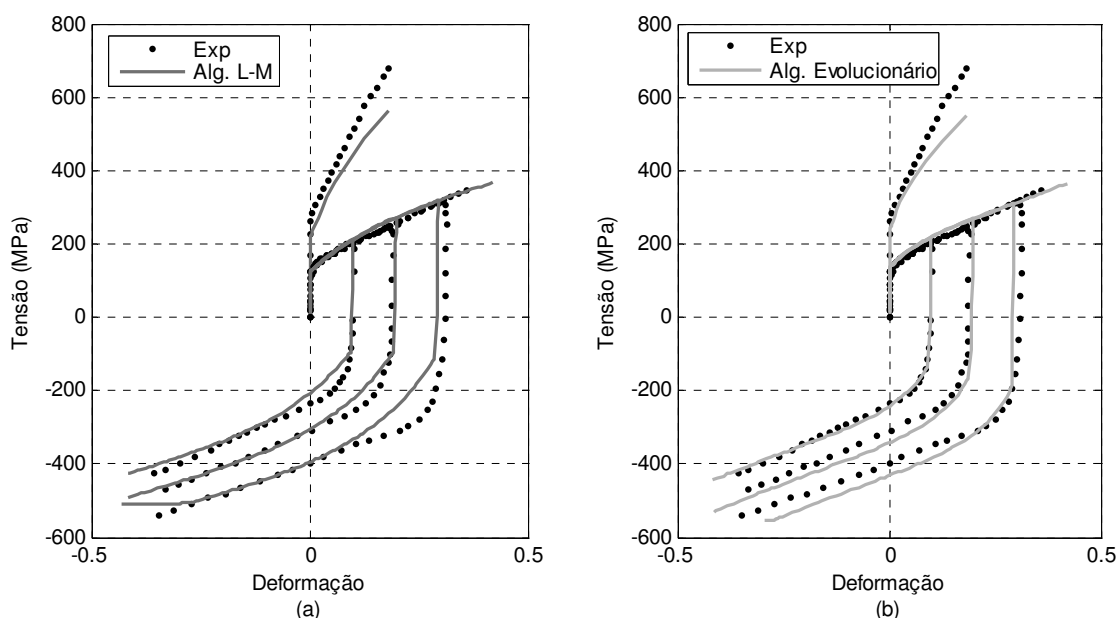
algoritmo evolucionário foi interrompida na geração nº 1353 porque o valor da função objectivo bem como os valores dos parâmetros a otimizar permaneciam relativamente constantes à inúmeras gerações. Por isso, não se justificava a continuidade do processo de identificação. As figuras 7.4 a) e b) mostram, respectivamente, a evolução do valor da função objectivo e a evolução dos parâmetros no processo de identificação com o algoritmo evolucionário. Na figura 7.4 a) destaca-se que o valor da função objectivo decresce rapidamente nas primeiras 150 iterações, mantendo-se depois relativamente constante.



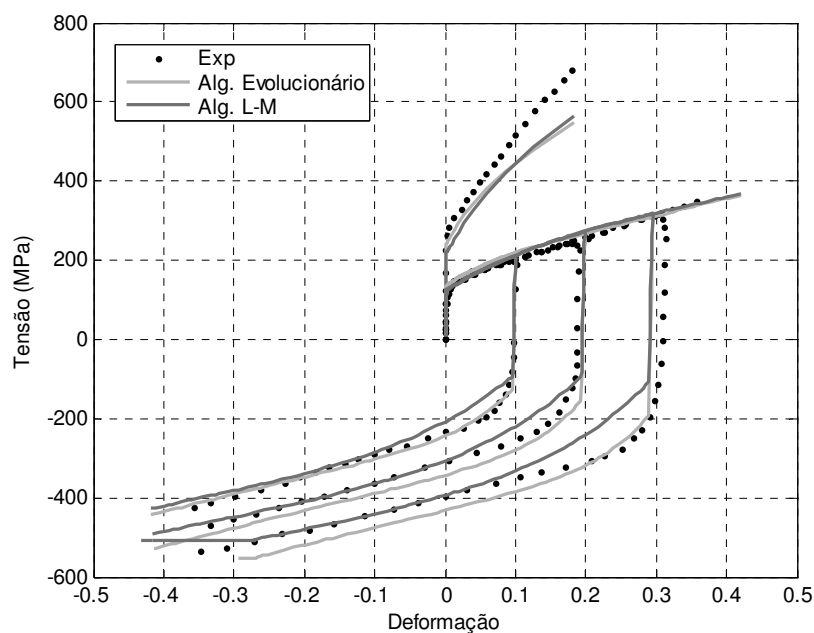
**Figura 7.4** – Representação da evolução do valor (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros otimizados ao longo das gerações realizadas com o algoritmo evolucionário para o aço AISI 304 considerando as leis de encruamento de Swift e Chaboche com o critério isotrópico de von Mises.

As figuras 7.5 a) e b) apresentam, respectivamente, os resultados obtidos para os processos de identificação realizados com o algoritmo L-M e com o algoritmo evolucionário para o modelo de comportamento do aço AISI 304 constituído por encruamento misto (leis de Swift e Chaboche) e isotropia do material. Na figura 7.6, apresenta-se a sobreposição dos resultados obtidos nestes dois processos de identificação. Observando a figura 7.6 verifica-se que os resultados obtidos são similares exceptuando a partir da inversão de trajectória nos ensaios de Bauschinger. Nesta parte dos ensaios, comparando os dois métodos de optimização, verifica-se que as curvas numéricas finais obtidas utilizando o algoritmo evolucionário conseguem reproduzir melhor a parte inicial de inversão mas tendem a descurar-se à medida que a deformação aumenta nos ensaios de Bauschinger a 20 e 30%. Por outro lado, as curvas numéricas finais obtidas utilizando o algoritmo L-M descrevem pior a parte inicial dos ensaios de Bauschinger mas à medida que a deformação aumenta, aproximam-se das curvas experimentais. Porém, os resultados obtidos com o algoritmo evolucionário podem considerar-se ligeiramente melhores. As diferenças evidenciadas, apesar de terem alguma relevância, não parecem ser suficientes para explicar a diferença do valor final obtido pelas funções objectivo dos dois casos. A justificação para uma diferença tão acentuada do valor final obtido (apesar da comparação dos resultados evidenciar valores da função objectivo próximos) deve-se ao facto do último ponto experimental da curva de Bauschinger a 30% de deformação na optimização com o algoritmo evolucionário não

ter ponto numérico correspondente. A função objectivo está definida para calcular a diferença quadrática entre a tensão experimental e numérica para pontos que têm o mesmo valor de deformação e, neste caso, não existe correspondência numérica. Deste modo, induziu-se um erro que faz aumentar consideravelmente o valor da função objectivo. No entanto, os resultados numéricos obtidos são capazes de reproduzir adequadamente as curvas experimentais.



**Figura 7.5** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelos processos de identificação do modelo com as leis de encruamento de Swift e de Chaboche e com o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 utilizando: a) algoritmo L-M e b) algoritmo evolucionário.



**Figura 7.6** – Comparação dos resultados obtidos com os parâmetros identificados para os modelos de encruamento misto (Swift e Chaboche) com o critério isotrópico de von Mises para o aço AISI 304 utilizando os algoritmos L-M e evolucionário.

Quanto ao segundo modelo de comportamento alvo de identificação de parâmetros com o algoritmo evolucionário, nomeadamente, o modelo Simo & Hill 48 para o aço AISI 304, apresenta-se na tabela 7.6 as informações relativas tanto a essa identificação como à identificação executada recorrendo ao algoritmo L-M.

**Tabela 7.6** – Identificação dos parâmetros de anisotropia e da lei de encruamento isotrópica de Simo para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48 utilizando os algoritmos L-M e Evolucionário.

Parâmetros	Iniciais	Óptimos	
		L-M	Evolucionário
$R_0$	0.90	0.913	11.856
$R_{45}$	1.28	1.199	11.373
$R_{90}$	0.86	0.878	10.637
$\sigma^0$ (MPa)	200	224.2	258.3
$\sigma^\infty$ (MPa)	530	634.6	622.9
$\delta$	5.9	6.37	6.12
$\zeta$ (MPa)	630	725.5	802.5
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	82794.7	54003.1 (-34.8%)	43062.3 (-48%)
Nº avaliações	-	58	205

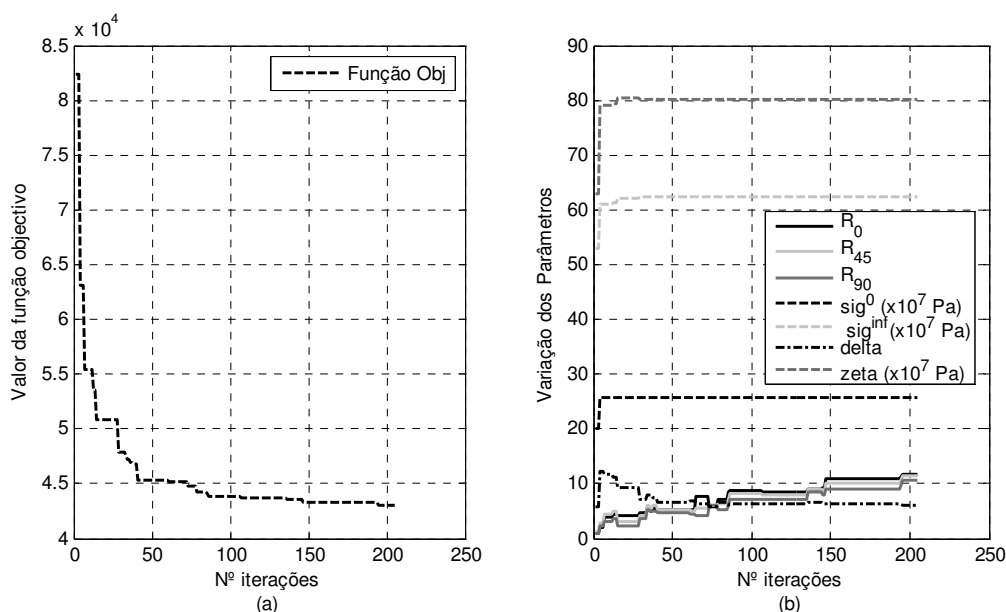
Consultando a referida tabela, verifica-se que o processo de identificação com o algoritmo evolucionário possui um menor valor final da função objectivo o que implica à partida melhores resultados. Contudo, esses resultados não são os mais desejados visto que os valores optimizados obtidos para os coeficientes de anisotropia são extremamente elevados. Do ponto de vista do significado físico de coeficiente de anisotropia os valores obtidos para  $R_0$ ,  $R_{45}$  e  $R_{90}$  no processo de identificação com o algoritmo evolucionário são irrealistas para um aço. Por outro lado, com o algoritmo evolucionário estamos perante um processo de optimização bastante moroso e como por volta das 200 gerações já se tinha diminuído o valor inicial em quase 50%, neste processo de identificação, decidiu-se interromper o processo após se ultrapassar sensivelmente este número, mais propriamente, nas 205 gerações.

As figuras 7.7 a) e b) permitem perceber, respectivamente, a evolução da função objectivo e dos parâmetros identificados no processo de identificação do modelo de comportamento Simo & Hill 48 recorrendo ao algoritmo evolucionário. Observando a figura 7.7 a) verifica-se que o valor da função objectivo decresce abruptamente nas primeiras 50 iterações e posteriormente, nas seguintes iterações, tem tendência a estabilizar. No caso da figura 7.7 b), constata-se que apenas os coeficientes de anisotropia e o parâmetro  $\delta$  (delta) foram sofrendo variações sucessivas ao longo das gerações, pois os restantes parâmetros estabilizaram após as primeiras 35 iterações.

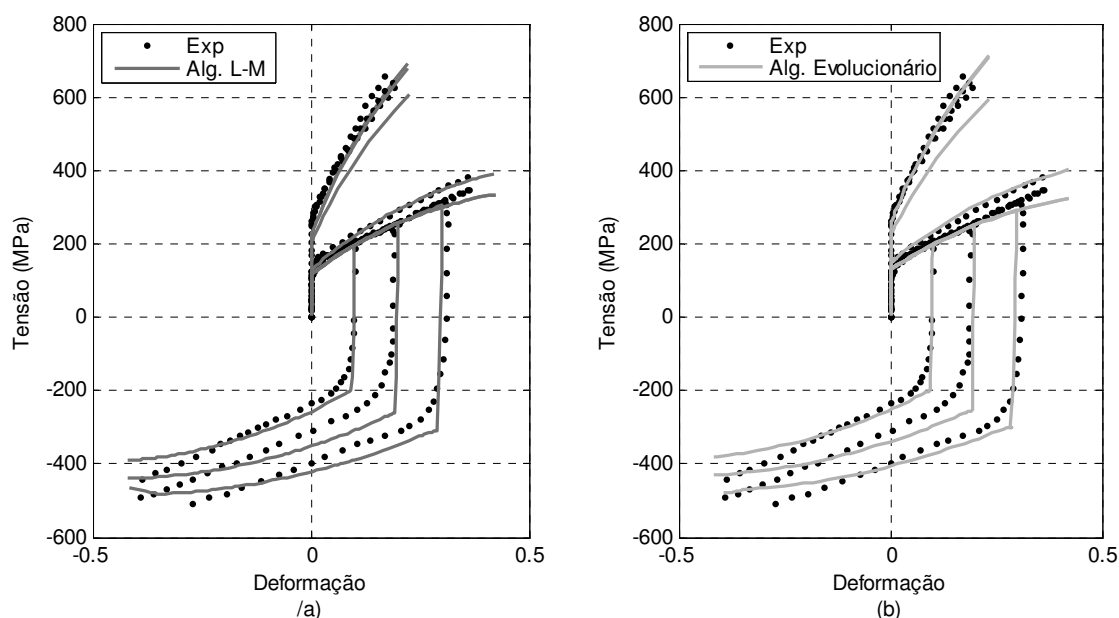
As figuras 7.8 a) e b) apresentam, respectivamente, os resultados obtidos para os processos de identificação realizados com o algoritmo L-M e com o algoritmo evolucionário para este modelo de comportamento. Por outro lado, a figura 7.9 permite comparar os resultados obtidos por estes dois processos. Analisando a figura 7.9 verifica-se que os resultados de ambas



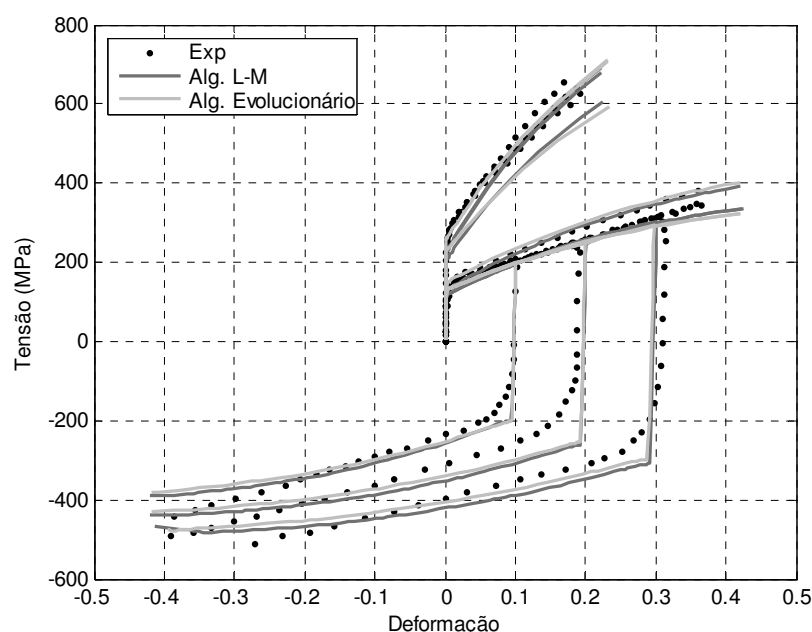
as identificações de parâmetros têm um desempenho bastante parecido na reprodução das curvas experimentais. No entanto, o resultado obtido com o algoritmo evolucionário apresenta melhor desempenho. Contudo, a utilização dos parâmetros identificados com o método evolucionário é impensável, pois os valores obtidos para os coeficientes de anisotropia são irrealistas.



**Figura 7.7** – Representação da evolução do valor (a) da função objectivo e (b) dos parâmetros otimizados ao longo das gerações realizadas com o algoritmo evolucionário para o aço AISI 304 considerando a lei de encruamento de Simo e o critério anisotrópico de Hill 48.



**Figura 7.8** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de encruamento de Simo e com o critério anisotrópico de Hill 48 para o aço AISI 304 utilizando: (a) algoritmo L-M e (b) algoritmo evolucionário.



**Figura 7.9** – Comparação dos resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros do aço AISI 304 com a lei de encruamento de Simo e o critério anisotrópico de Hill 48 utilizando os algoritmos L-M e evolucionário.

## 7.4 Influência do critério anisotrópico utilizado no modelo de comportamento

Neste trabalho, todas as identificações de parâmetros relativas a modelos de comportamento que incorporassem anisotropia do material foram efectuadas, unicamente, recorrendo ao critério de plasticidade de Hill 48. No entanto, o tipo de critério utilizado também influencia os resultados obtidos, visto que o tipo de formulação matemática de cada critério pode influenciar a descrição da superfície de plasticidade de diferentes materiais.

Deste modo, pretende-se, nesta análise, comparar o desempenho de dois critérios de plasticidade distintos: o critério de Hill 48 e o critério *Yld91*. Como o critério *Yld91* não se encontra disponível nas bibliotecas do programa de simulação numérica Abaqus, foi necessário recorrer a uma subrotina de utilizador UMAT (em FORTRAN). Este tipo de subrotinas de utilizador permite a descrição de modelos constitutivos.

A identificação de parâmetros realizou-se para o aço AISI 304 com os modelos de comportamento Swift & Hill 48 e Swift & *Yld91* utilizando o algoritmo de gradiente L-M. Para que o processo de identificação se inicie num ponto de partida similar definiu-se que os parâmetros iniciais da lei de Swift são os mesmos em ambas as identificações e que os critérios se iniciam em isotropia. Refira-se que para o critério *Yld91*: (i) não se procedeu à identificação dos parâmetros  $C_4$  e  $C_5$ , pois como são definidos por ensaios realizados fora do plano da chapa, são usualmente definidos pelo seu valor isotrópico ( $C_4 = C_5 = 1$ ) e (ii) considerou-se o expoente  $\alpha$  com valor fixo igual a 8, pois Logan e Hosford aconselham a utilização deste valor para estruturas cristalográficas CFC (caso do aço AISI 304).

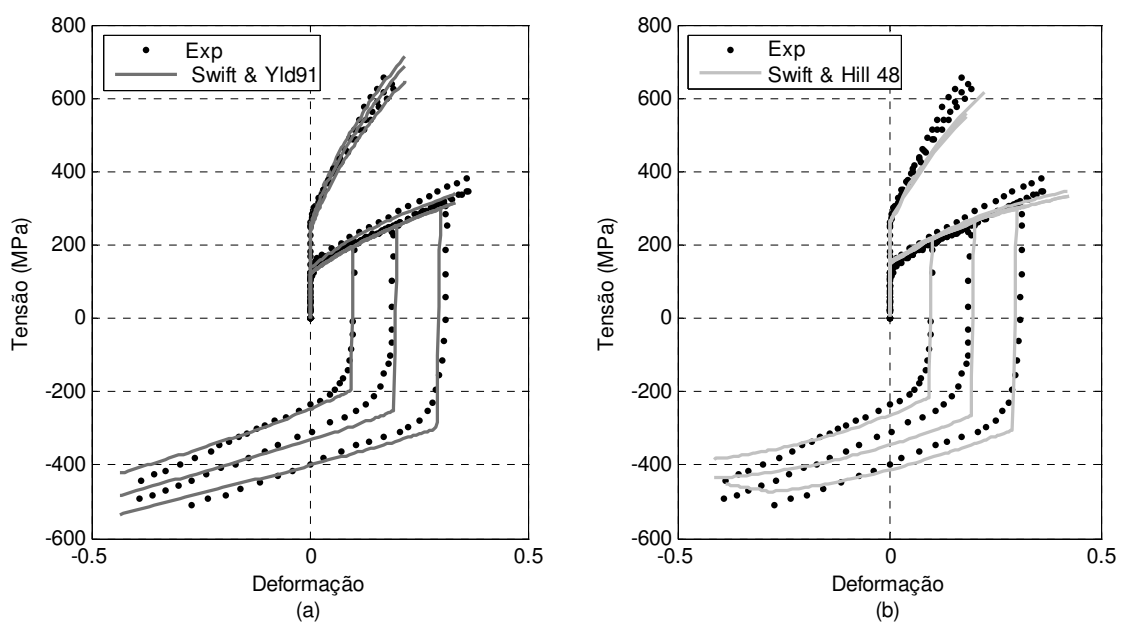
A tabela 7.7 apresenta os dados relevantes das identificações de parâmetros dos modelos de comportamento de Swift & Hill 48 e Swift & *Yld91*. Pode verificar-se que o valor final da função objectivo do modelo Swift & Hill 48 é muito inferior. Este dado indica, à partida, que os resultados obtidos por este modelo são muito melhores. Contudo, esta situação não é esperada porque o critério de *Yld91* é mais completo que o critério de Hill 48. Embora, o critério de Hill 48 se ajuste bem aos aços pois, geralmente, possuem  $\bar{R} > 1$ , o critério *Yld91* possui mais parâmetros para descrever a superfície de plasticidade.

**Tabela 7.7** – Resultados dos parâmetros de anisotropia e de encruamento isotrópico (Swift) para o aço AISI 304 com o critério de Hill 48 e com o critério *Yld91*.

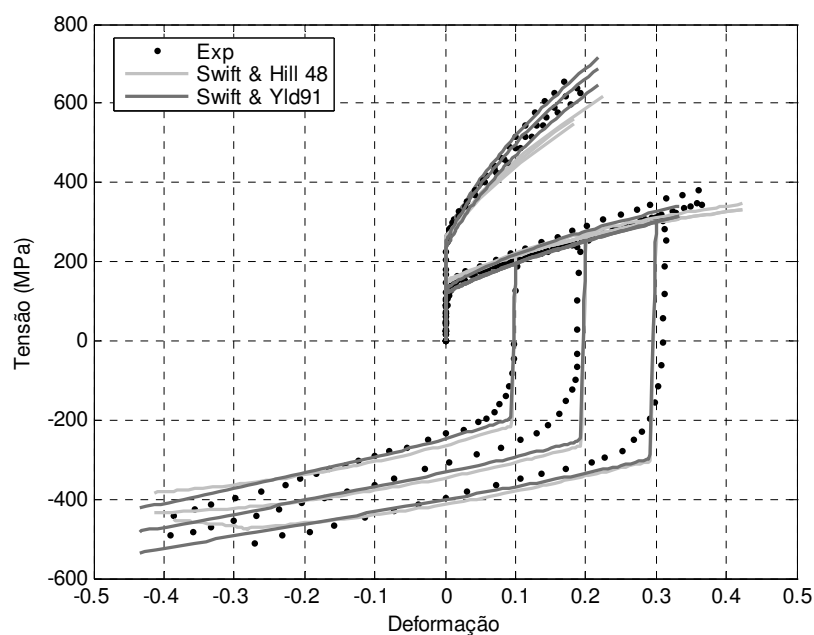
Swift & Hill 48			Swift & <i>Yld91</i>		
Parâmetros	Iniciais	Óptimos	Parâmetros	Iniciais	Óptimos
$R_0$	1	1.016	$C_1$	1	0.959
$R_{45}$	1	1.061	$C_2$	1	0.889
$R_{90}$	1	0.974	$C_3$	1	1.027
$Y_0$ (MPa)	280	266.4	$C_6$	1	1.109
$K$ (MPa)	1200	1195.1	$Y_0$ (MPa)	280	248.9
$n$	0.50	0.507	$K$ (MPa)	1200	1366.7
			$n$	0.50	0.512
$S_{obj}(x)$ (MPa <sup>2</sup> )	112192.4	97465.9 (-13.1%)		177287.0	173790.4 (-2.0%)
Nº iterações		54			81

As figuras 7.10 a) e b) mostram, respectivamente, os resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros dos modelos de comportamento Swift & *Yld91* e Swift & Hill 48. Pela observação da figura 7.10 a) verifica-se que os parâmetros óptimos do modelo Swift & *Yld91* permitem reproduzir satisfatoriamente as curvas de tracção e que, tendo em conta que o modelo não incorpora componente cinemática de encruamento, se ajustam bem às curvas de Bauschinger. Contudo, nos ensaios de corte verifica-se que os últimos pontos experimentais não possuem correspondência numérica. Observando a figura 7.10 b) verifica-se que os parâmetros óptimos do modelo Swift & Hill 48 têm dificuldade em reproduzir adequadamente as curvas de tracção bem como a parte final das curvas de Bauschinger e de corte.

Na figura 7.11 são sobrepostos os modelos Swift & Hill 48 e Swift & *Yld91*. Avaliando o desempenho de ambos os modelos de comportamento é possível verificar que o modelo com o critério anisotrópico *Yld91* possui melhor desempenho, principalmente na reprodução das curvas de tracção. A análise efectuada permite presumir que quanto mais completo for o modelo de comportamento melhor a modelação do comportamento do material.



**Figura 7.10** – Representação das curvas experimentais e numéricas obtidas pelo processo de identificação do modelo com a lei de encruamento de Swift e com: (a) critério de *Yld91* e (b) critério de *Hill 48* para o aço AISI 304.



**Figura 7.11** – Comparação dos resultados obtidos nos processos de identificação de parâmetros do aço AISI 304 com a lei de encruamento de Swift utilizando o critério de *Hill 48* e o critério de *Yld91*.

## 8 Considerações Finais

### 8.1 Conclusões gerais

O objectivo principal deste trabalho consistiu em identificar parâmetros de modelos de comportamento para aços de alto desempenho. Visto que estes aços são relativamente recentes, actualmente, é importante caracterizar numericamente o seu comportamento mecânico bem como adquirir um conhecimento mais detalhado sobre os modelos constitutivos que podem descrever melhor esse mesmo comportamento.

Numa primeira fase do trabalho, definiu-se os modelos constitutivos alvo de identificação de parâmetros e procedeu-se tanto à caracterização experimental de um aço AISI 304\* através de ensaios de tracção e de corte como à pesquisa e obtenção de curvas experimentais para os aços DP 780, DP 780-HY, DP 980, DP 600, *TWIP* 940, AISI 304 e AISI 316L.

Numa segunda fase, para resolver o problema inverso de identificação de parâmetros definiu-se a metodologia usada, recorrendo-se a uma interface que relaciona o programa de simulação numérica ABAQUS e o programa de optimização SIDOLO. Além disso, definiu-se a função objectivo bem como o método de optimização utilizado, nomeadamente, o algoritmo baseado no gradiente L-M. A selecção do método de optimização recaiu no algoritmo L-M pois, apesar de ser sensível aos parâmetros iniciais estipulados e poder incorrer com alguma facilidade num mínimo local, possui a grande vantagem de ter uma convergência bastante rápida e, deste modo, o processo de optimização necessitar de tempos de cálculo reduzidos.

Posteriormente, procedeu-se à identificação dos parâmetros dos modelos de comportamento para os aços enunciados. Contudo, os modelos de comportamento identificados são dependentes dos ensaios experimentais disponíveis em cada caso. Assim, para os aços DP 780, DP 780-HY, DP 980 e *TWIP* 940, caracterizados apenas pelas curvas de tracção nas 3 direcções de ortotropia, realizou-se a identificação de parâmetros em isotropia (critério de von Mises) e anisotropia (critério de Hill 48) do material para as leis de encruamento isotrópico de Simo e de Swift. Perante os ensaios experimentais disponíveis apenas faz sentido analisar a componente isotrópica do encruamento pois estes ensaios não permitem caracterizar os fenómenos presentes no encruamento cinemático. Os resultados numéricos obtidos através das simulações numéricas dos modelos de comportamento definidos permitem descrever muito bem

as curvas experimentais consideradas e servem como validação do processo de identificação utilizado.

Para o aço AISI 304\* caracterizado experimentalmente realizou-se o processo de identificação de parâmetros dos mesmos modelos enunciados e verificou-se a obtenção de resultados satisfatórios considerando isotropia do material. No entanto, nas identificações de parâmetros considerando anisotropia do material verificou-se uma ligeira dificuldade dos parâmetros determinados reproduzirem adequadamente as curvas experimentais consideradas.

Por outro lado, para o aço DP 600 (caracterizado pelos ensaios de corte e tracção na DL e pelos ensaios de Bauschinger a 10, 20 e 30%) identificou-se os parâmetros dos modelos de comportamento em isotropia do material para encruamento isotrópico, considerando as leis de Simo e de Swift, e para encruamento misto considerando as leis de Swift+Chaboche e as leis de Simo+Chaboche. Para este aço, devido aos ensaios de Bauschinger, é possível caracterizar simultaneamente a componente isotrópica e a componente cinemática do encruamento, pois estes ensaios evidenciam fenómenos que originam a variação da posição da superfície de plasticidade no campo das tensões. Deste modo, é evidente que os modelos de comportamento que incorporam encruamento misto são mais completos pois caracterizam melhor o comportamento mecânico do material. Quanto aos resultados obtidos, verificou-se que os processos de identificação de parâmetros dos modelos de comportamento misto apresentam resultados ligeiramente melhores que os modelos com encruamento simplesmente isotrópico. No entanto, na globalidade dos processos de identificação realizados para este aço, nota-se que as curvas numéricas de tracção e de corte não se aproximam satisfatoriamente das respectivas curvas experimentais. Concluiu-se que, este facto, além de poder ser explicado possivelmente numa selecção infeliz dos parâmetros iniciais, também é fundamentado através da forte influência que advém da inversão de trajectória dos ensaios de Bauschinger e que, de certo modo, atrai as curvas numéricas de corte e tracção.

Relativamente aos aços AISI 304 e AISI 316L, caracterizados por 9 ensaios experimentais, 3 ensaios de corte e 3 ensaios de tracção nas direcções de ortotropia e 3 ensaios de Bauschinger, procedeu-se à identificação de modelos de comportamento: em isotropia do material considerando encruamento isotrópico, através das leis de Simo e Swift, e encruamento misto, através das leis de Swift+Chaboche e Simo+Chaboche; e em anisotropia do material através do critério de Hill 48 considerando as leis de encruamento isotrópico de Simo e Swift. As identificações efectuadas em anisotropia do material são mais completas que as restantes visto que recorrem a mais curvas experimentais e, além disso, consideram a variação do comportamento mecânico no plano da chapa. No entanto, como não contemplam uma lei de encruamento cinemático têm alguma dificuldade em reproduzir adequadamente as curvas de Bauschinger.

No caso do aço AISI 304, os resultados obtidos nos processos de identificação para todos os modelos de comportamento são bastante satisfatórios verificando-se uma reprodução muito positiva das curvas experimentais. Apenas nos resultados obtidos com os parâmetros identificados para os modelos de comportamento com isotropia do material se denota um ligeiro afastamento entre as curva de tracção numérica e a correspondente curva experimental. Concluiu-se que uma possível solução plausível para resolver esta situação consiste em alterar o

peso do ensaio de tracção no processo de identificação, de modo a que a curva numérica final obtida se ajuste exemplarmente à respectiva curva experimental.

Quanto ao aço AISI 316L, os resultados não se revelam muito ajustados à reprodução apropriada das curvas experimentais. À partida, o processo de identificação aparenta ter sido demasiado influenciado por uma selecção de parâmetros iniciais pouco feliz.

Devido às restrições verificadas nalguns processos de identificação, procedeu-se a uma análise de influência dos seguintes factores: (i) parâmetros iniciais seleccionados, (ii) pesos estipulados para cada ensaio, (iii) método de optimização utilizado e (iv) critério de plasticidade anisotrópico utilizado, com o intuito de averiguar a sensibilidade do processo de identificação em cada caso.

A influência dos parâmetros iniciais seleccionados foi estudada a partir de 4 conjuntos diferentes de parâmetros iniciais. Verificou-se que os parâmetros finais obtidos podem conduzir a resultados bastante diferentes. Deste modo, comprovou-se que uma selecção criteriosa dos parâmetros iniciais é essencial para se obter parâmetros finais optimizados que produzam resultados com sucesso.

A influência do peso atribuído a cada ensaio foi estudada através de 5 conjuntos diferentes de pesos para os ensaios considerados no processo de identificação do modelo de comportamento em isotropia de material e com lei de encruamento de Swift para o aço AISI 304. Partindo-se dos mesmos parâmetros iniciais em todas as optimizações concluiu-se que, quanto menor o valor de peso atribuído a um ensaio mais facilmente este consegue ser bem reproduzido pelos parâmetros finais obtidos. Por outro lado, nenhuma das combinações de pesos definidas conseguiu proporcionar uma aproximação ajustada a todas as curvas experimentais.

Visto que o algoritmo de gradiente L-M utilizado nas identificações de parâmetros recorre à informação da derivada da função objectivo para realizar o processo de identificação e, como consequência, é pouco sensível à convergência em mínimos locais, procedeu-se ao estudo do desempenho do método de optimização utilizado. Comparou-se o desempenho de processos de identificação efectuados com o algoritmo de gradiente L-M e com o algoritmo evolucionário.

Para o primeiro modelo de comportamento alvo de identificação de parâmetros com ambos os algoritmos constatou-se que o valor final da função objectivo foi superior para o processo de identificação que utilizou o algoritmo evolucionário. No entanto, a análise visual permite verificar que os resultados obtidos com este método são aparentemente melhores. No caso do segundo modelo de comportamento, verificou-se que o valor final da função objectivo obtido no processo de identificação com o algoritmo evolucionário foi inferior e que os resultados obtidos foram ligeiramente melhores. Contudo, atendendo ao significado físico dos parâmetros optimizados reparou-se que a utilização dos parâmetros identificados pelo algoritmo evolucionário é inviável.

A partir da comparação dos dois métodos de optimização analisados é possível concluir que, à partida, o algoritmo evolucionário pode apresentar melhores resultados mas necessita de tempos de cálculo muito maiores comparativamente com o algoritmo L-M.

Por fim, analisou-se a influência do critério anisotrópico utilizado nos modelos de comportamento. Para isso, comparou-se o desempenho dos critérios de Hill 48 e *Yld91* associando-os à lei de encruamento isotrópica de Swift e procedendo à identificação de parâmetros destes modelos de comportamento para o aço AISI 304. Partindo de condições iniciais

similares verificou-se que o modelo de comportamento com o critério anisotrópico *Yld91* proporcionou melhores resultados. Esta observação permitiu concluir que é expectável que quanto mais complexo for o critério de plasticidade melhor será a modelação do comportamento do material. Pois, o critério *Yld91*, comparativamente ao critério Hill 48, possui mais parâmetros para descrever a superfície de plasticidade.

## 8.2 Trabalhos futuros

No universo em que este trabalho está inserido, novos desafios e desenvolvimentos se colocam continuamente. A caracterização do comportamento mecânico de materiais seja através da vertente de identificação de parâmetros ou da vertente de desenvolvimento de modelos de comportamento surgirá sempre como uma necessidade na comunidade científica actual. A evolução para novos materiais, como é o caso dos aços de alto desempenho, determina cada vez mais a necessidade de encontrar novos modelos de comportamento que sejam capazes de modelar correctamente os fenómenos evidenciados nestes materiais e, consequentemente, de identificar os parâmetros desses modelos de comportamento. Após a conclusão destas duas etapas é possível realizar simulações numéricas de processos de conformação cada vez mais eficientes e realistas. Por outro lado, o sucesso da optimização de forma/processo em processos de conformação de chapa também é dependente dos modelos de comportamento e dos parâmetros utilizados. Deste modo, realça-se a importância da caracterização do comportamento mecânico dos materiais, actualmente.

No caso deste trabalho, abordou-se a vertente da identificação de parâmetros. Na área dos modelos constitutivos seleccionados salienta-se que a nível anisotrópico do material, apenas se recorreu ao critério de Hill 48 pelo que, promover a identificação de parâmetros com outros critérios anisotrópicos pode ser interessante sob o ponto de vista da comparação de resultados finais obtidos e, consequentemente, do desempenho de diferentes modelos de comportamento. Por outro lado, apenas se considerou modelos de comportamento elastoplásticos. No entanto seria interessante considerar modelos de comportamento mais complexos, nomeadamente, envolvendo fenómenos térmicos e/ou viscosos.

A metodologia utilizada neste trabalho para a identificação de parâmetros também pode ser igualmente utilizada para resolver processos de optimização de forma.

Por fim, os resultados obtidos nos processos de identificação dos diversos aços analisados podem ser considerados para a realização de simulações numéricas com o objectivo de optimizar processos de conformação.



## Bibliografia

[Abaqus 2009] Abaqus, *ABAQUS/Standard - User's manual*, Volume II, Dassault Systèmes, 2009.

[Abdessalem 2007] Abdessalem, C., *Optimisation des Procédés de Mise en Forme par les Reseaux de Neurones Artificiels*, Tese de Doutoramento, l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers, Université d'Angers, Angers, France, 2007.

[Alves 2003] Alves, L., *Simulação Numérica do Processo de Estampagem de Chapas Metálicas: Modelação Mecânica e Métodos Numéricos*, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Minho, Guimarães, 2003.

[Andrade-Campos 2005] Andrade-Campos, A., *Modelação e Análise Numérica do Comportamento Mecânico e Térmico de Ligas de Alumínio*, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2005.

[Andrade-Campos et al. 2007] Andrade-Campos, A., Thuillier, S., Pilvin, P. e Teixeira-Dias, F., *On the Determination of Material Parameters for Internal Variable Thermoelastic–Viscoplastic Constitutive Models*, International Journal of Plasticity, **v.23**, pp. 1349-1379, 2007.

[Banabic 2010] Banabic, D., *Sheet Metal Forming Processes: Constitutive Modelling and Numerical Simulation*, Springer-Verlag, Berlim, 2010.

[Banabic et al. 2000] Banabic, D., Bunge, H.-J., Pölandth, K. e Tekkaya, A. E., *Formability of Metallic Materials*, Springer-Verlag, Berlim, 2000.

[Bhadeshia] Bhadeshia, H., *TWIP Steels* em <http://www.msm.cam.ac.uk/teaching/partIII/courseM21/M21H.pdf>, consultado em março de 2011.

[Bleck 2002] Bleck, W., *Using The TRIP Effect – The Dawn of a Promising Group of Cold Formable Steels*, International Conference on TRIP-Aided High Strength Ferrous Alloys, GRIPS, Aachen, pp. 13-23, 2002.

[Branco 2006] Branco, C. M., *Mecânica dos Materiais*, Fundação Calouste Gulbenkian, 4ª ed., Coimbra, 2006.

- [Bridgman 1952] Bridgman, P., *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*, Metallurgy and Metallurgical Engineering Series, McGraw-Hill, 1952.
- [Cailletaud e Pilvin 1993] Cailletaud, G. e Pilvin, P., *Identification, Problèmes Inverse: un Concept Modulaire*, In: 2<sup>ième</sup> Colloque National en Calcul des Structures, Giens, pp. 770–787, 1993.
- [Cailletaud e Pilvin 1994] Cailletaud, G. e Pilvin, P., *Identification and Inverse Problems Related to Material Behaviour*, Proceedings of the International Seminar on Inverse Problems, Clamart, pp. 79–86, 1994.
- [Callister 1990] Callister, W. D., *Materials Science and Engineering - An Introduction*, John Wiley & Sons, Inc., 2<sup>ª</sup> ed., New York, 1990.
- [Carvalho 2007] Carvalho, J., *Metodologia de Optimização de Processos de Conformação Plástica*, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2007.
- [Caseiro 2009] Caseiro, J., *Estratégias Evolucionárias de Optimização de Parâmetros Reais*, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2009.
- [Chaboche et al. 1991] Chaboche, J. L., Nouailhas, D. e Savalle, S., *Logiciel pour l'Identification Interactive Graphique des Lois de Comportement*, La Recherche Aéropaciale, **v.3**, pp. 59-76, 1991.
- [Chaparro 2006] Chaparro, B., *Comportamento Plástico de Materiais Metálicos: Identificação e Optimização de Parâmetros*, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Mecânica, FCTUC - Universidade de Coimbra, Coimbra, 2006.
- [Chiaverini 2005] Chiaverini, V., *Aços e Ferros Fundidos*, Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 7<sup>a</sup> ed, pp.559, 2005.
- [Chong e Zak 2001] Chong, E. e Zak, S., *An Introduction to Optimization*, John-Wiley & Sons Inc., pp. 139–146., 2001.
- [Chung et al. 2010] Chung, K., Ahn, K., Yoo, D.-H., Chung, K.-H., Seo, M.-H. e Park, S.-H., *Formability of TWIP (twinning induced plasticity) automotive sheets*, International Journal of Plasticity, **v.27**, pp.52–81, 2010.
- [CIMM] CIMM, *A Estampabilidade dos Materiais Metálicos em* [http://www.cimm.com.br/portal/material\\_didatico/6487-a-estampabilidade-dos-materiais-metlicos](http://www.cimm.com.br/portal/material_didatico/6487-a-estampabilidade-dos-materiais-metlicos), consultado em março de 2011.
- [Coello 2002] Coello, C. A., *Theoretical and Numerical Constraint-Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms: a Survey of the State of the Art*, Comp. Methods in Applied Mechanics and Engineering, **v.191**, pp. 1245–1287, 2002.
- [Davies 1978] Davies, R. G., *Influence of Martensite Composition and Content on the Properties of Dual Phase Steels*, Metallurgical Transactions, **v.9**, pp. 671-679, 1978.
- [Davis 1994] Davis, J. R., *ASM Special Handbook: Stainless Steels*, ASM Internacional, Ohio, p. 577, 1994.

- [de-Carvalho *et al.* 2009] de-Carvalho, R., Valente, R. A. F. e Andrade-Campos, A., *On the Objective Function Evaluation in Parameter Identification of Material Constitutive Models - Single-point or FE Analysis*, International Journal of Material Forming, **v.3**, pp.33-36, 2009.
- [de-Carvalho *et al.* 2010] de-Carvalho, R., Valente, R. A. F. e Andrade-Campos, A., *Optimization Strategies for Non-Linear Material Parameters Identification in Metal Forming Problems*, Computers and Structures, **v.89**, pp.246-255, 2010.
- [Drucker 1949] Drucker, D., *Relation of Experiments to Mathematical Theories of Plasticity*, Journal of Applied Mechanics, **v.16**, pp.349-357, 1949.
- [Drucker 1959] Drucker, D., *A Definition of a Stable Inelastic Material*, Journal of Applied Mechanics Transactions of ASME, **v.26**, 1959.
- [Fonseca *et al.* 2005] Fonseca, M., Costa, F., Taiss, E. e Lima, H., *Aço Bifásico Processado Via Linha de Galvanização Contínua – Revisão e Estágio Atual de Produção na USIMINAS/UNIGAL 42º Seminário de Laminação – Processos e Produtos Laminados e Revestidos*, São Paulo, 2005.
- [Furukawa e Yagawa 1997] Furukawa, T. e Yagawa, G., *Inelastic Constitutive Parameter Identification using an Evolutionary Algorithm with Continuous Individuals*, International Journal Numerical Methods in Engineering, **v.40**, pp.1071–1090, 1997.
- [Gallée 2005] Gallée, S., *Caractérisation Expérimentale et Simulation Numérique des Procédés d'Emboutissage Profond : Application aux Aciers Inoxydables Austénitiques*, Tese de Doutorado, Laboratoire de Génie Mécanique et Matériaux, Université de Bretagne-Sud, 2005.
- [Gelin e Ghouati 1996] Gelin, J. C. e Ghouati, O., *An Inverse Solution Procedure for Material Parameters Identification in Large Plastic Deformation*, Communications in Numerical Methods in Engineering, **v.12**, pp. 161–173, 1996.
- [Gorni 2009] Gorni, A., *Aços Avançados de Alta Resistência: Microestrutura e Propriedades Mecânicas*, 5º Congresso de Corte e Conformação de Metais, São Paulo, 2009.
- [Grácio *et al.* 2003] Grácio, J., Barlat, F., Rauch, E., Jones, P. T., Neto, V. F. e Lopes, A. B., *Artificial Aging and Shear Deformation Behaviour of 6022 Aluminium Alloy*, International Journal of Plasticity, **v.210**, pp.427–445, 2003.
- [Habraken 2004] Habraken, A., *Modelling the Plastic Anisotropy of Metals*, Archives of Computational Methods in Engineering, **v.11**, pp. 3-96, 2004.
- [Haddadi *et al.* 2006] Haddadi, H., Bouvier, S., Banu, M., Maier, C. e Teodosiu, C., *Towards an Accurate Description of the Anisotropic Behaviour of Sheet Metals under large Plastic Deformations: Modelling, Numerical Analysis and Identification*, International Journal of Plasticity, **v.22**, pp.2226-2271, 2006.
- [Honeycombe e Bhadeshia 2006] Honeycombe, R. e Bhadeshia, H., *Steels: Microstructure and Properties*, Elsevier, London, p. 344, 2006.
- [IISI 2006] IISI, *Advanced High Strength Steel (AHSS) – Application Guidelines*, Version 3, AISI, Southfield, 2006.

- [ISSF] ISSF, *The Stainless Steel Family* em <http://www.worldstainless.org/About+stainless/What+is/Standards/The+Stainless+Steel+Family.htm>, consultado em fevereiro de 2011.
- [Karlsson 2004] Karlsson, L., *Stainless Steels Past, Present and Future*, Svetsaren, no.1, 47-52, 2004.
- [Kleineremann 2000] Kleineremann, J., *Identification Paramétrique et Optimisation des Procédés de Mise a Forme par Problèmes Inverses*, Tese de Doutorado, Université de Liège, Liège, 2000.
- [Krauss 1990] Krauss, G., *Steels, Heat Treatment and Processing Principles*, ASM internacional, 1990.
- [Kulazi 2007] Kulazi, A., *Comportamento à Fadiga do Aço DP600 Processado por Jacto de Água*, Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2007.
- [Leal e Ramos 2002] Leal, R. e Ramos, U., *Algoritmos Genéticos na Optimização de Compósitos Laminados*, Proceeding of the V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, SEMNI, Madrid, pp. 381, 2002.
- [Leslie 1982] Leslie, W. C., *The Physical Metallurgy of Steels*, McGraw-Hill, 1ª ed., New York, 1982.
- [Logan e Hosford 1980] Logan, R. W. e Hosford, W. F., *Upper-Bound Anisotropic Yield Locus Calculations Assuming (111)-Pencil Glide*, International Journal of Mechanical Sciences, **v.22**, pp. 419-430, 1980.
- [Lourakis 2005] Lourakis, M., *A Brief Description of the Levenberg-Marquardt Algorithm Implemetd by levmar*, Foundation for Research and Technology - Hellas, Grécia, 2005.
- [Mahnken e Stein 1996] Mahnken, R. e Stein, E., *A Unified Approach for Parameter Identification of Inelastic Material Models in the Frame of the Finite Element Method*, Comp. Methods in Applied Mechanics and Engineering, **v.136**, pp. 225–258, 1996.
- [Martins e Rodrigues 2005] Martins, P. e Rodrigues, J., *Tecnologia Mecânica: Tecnologia da Deformação Plástica*, **v.1**, Escolar Editora, Portugal, 2005.
- [Mayra e Gayden 2005] Mayra, M. e Gayden, X., *Development of Requirements for Resistance Spot Welding Dual-Phase (DP-600) Steels Part 1 – The Causes of Interfacial Fracture*, Welding Journal, **84**, 172-178, 2005.
- [Mazzaferro et al. 2010] Mazzaferro, C., Ramos, F., Rosendo, T., Tier, M., Silva, A., Santos, J. e Reguly, A., *Avaliação Microestrutural e Propriedades Mecânicas de um Aço TRIP Soldado a Ponto por Fricção e Mistura Mecânica*, Soldagem & Inspeção, **v.14**, pp. 278-287, 2010.
- [Nasser et al. 2009] Nasser, A., Yadav, A., Pathak, P. e Altan, T., *Determination of the Flow Stress of Five AHSS Sheet Materials (DP 600, DP 780, DP 780CR, DP 780HY and TRIP 780) using the Uniaxial Tensile and the Biaxial Viscous Pressure Bulge (VPB) Tests*, Journal of Materials Processing Technology, **v.210**, pp. 429-436, 2009.

- [Natal e Dinis 2004] Natal, R. e Dinis, L., *Teoria da Plasticidade*, Apontamentos do Curso de Engenharia Mecânica, Universidade do Porto, 2004.
- [Pickering 1976] Pickering, F. B., *Physical Metallurgy of Stainless Steel Developments*, International Metals Reviews - Review 211, 1976.
- [Polak 1997] Polak, E., *Optimization - Algorithms and consistent approximations*, Springer-Verlag, New York, 1997.
- [Ponhot e Kleinermann 2006] Ponhot, J. e Kleinermann, J., *A Cascade Optimization Methodology for Automatic Parameter Identification and Shape/Process Optimization in Metal Forming Simulation*, Comp. Methods in Applied Mechanics and Engineering, **v.195**, pp.5472-5508, 2006.
- [Prat e Gens 2002] Prat, P. e Gens, A., *Leyes de Comportamiento de Materiales*, Apuntes do Curso de Máster en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Universitat Politècnica de Catalunya, 2002.
- [Rauch 1998] Rauch, E. F., *Plastic Anisotropy of Sheet Metals Determined by Simple Shear Tests*, Materials Science and Engineering A, **v. 241**, pp. 179–183, 1998.
- [Romano et al. 2000] Romano, G., Verdeja, J. e Pero-Sanz, J., *Aceros para Carrocerías*, IV Jornadas sobre Materiales en la Industria de la Automoción, Barcelona, pp.15-27, 2000.
- [Santos 2008] Santos, M. R., *Efeito do Nitrogénio e do Cobre na Formação da Martensita em Aços Inoxidáveis Austeníticos e sua Influência sobre o Fenómeno de Delayed Cracking*, Tese de Doutorado, Escola de Engenharia, UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- [Schnur e Zabaras 1992] Schnur, D. e Zabaras, N., *An Inverse Method for Determining Elastic Material Properties and Material Interface*, International Journal Numerical Methods in Engineering, **v.32**, pp. 2039-2057, 1992.
- [Simo 1988] Simo, J. C., *A Framework for Finite Strain Elastoplasticity based on Maximum Plastic Dissipation and the Multiplicative Decomposition*, Comp. Methods in Applied Mechanics and Engineering, **v.66**, pp.199-219, 1988.
- [Speich 1981] Speich, G. R., *Physical Metallurgy of Dual-Phase Steels*, Fundamentals of Dual-Phase Steels, Chicago, pp. 3-45, 1981.
- [Speich 1990] Speich, G. R., *Dual-Phase Steels: Properties and Selection: Irons, Steels and High-Performance Alloys*, ASM, **v.1**, 1990.
- [Thuillier e Manach 2008] Thuillier, S. e Manach, P. Y., *Comparison of the Work-Hardening of Metallic Sheets using Tensile and Shear Strain Paths*, International Journal of Plasticity, **v.25**, pp. 733-751, 2008.

[Valente *et al.* 2010] Valente, R. A. F., Andrade-Campos, A., Carvalho, J. F. e Cruz, P. S., *Parameter Identification and Shape Optimization: An Integrated Methodology in Metal Forming and Structural Applications*, Optimization and Engineering, **v.12**, pp. 129-152, 2010.

[Vial *et al.* 1983] Vial, C., Caddell, R. M. e Oxford, W. F., *Yield Loci of Anisotropic Sheet Metals*, International Journal of Mechanical Science, **v.25**, pp.899-915, 1983.

[Wu e Bahmanpour 2010] Wu, X. e Bahmanpour, H., *Characterization of Mechanically Sheared Edges of Dual Phase Steels - Final Report*, Auto/Steel Partnership Program, Southfield, MI, 2010.

[Yoon *et al.* 2005] Yoon, J. W., Barlat, F., Grácio, J. e Rauch, E., *Anisotropic Strain Hardening Behavior in Simple Shear for Cube Textured Aluminum Alloy Sheets*, International Journal of Plasticity, **v.21**, pp. 2426-2447, 2005.

[Zackay *et al.* 1967] Zackay, F., Parker, E., Fahr, D. e Busch, R., *The Enhancement of Ductility in High Strength Steels*, Transactions of ASM, **v.60**, pp. 252-259, 1967.

[Zyczkowski 1981] Zyczkowski, M., *Combined Loadings in the Theory of Plasticity*, Polish Scientific Publishers, Varsóvia, Polónia, 1981.